

Darstellung des Betriebsverhaltens
drehzahlvariabler Dauermagnetmaschinen
mit dem Kurzschlußstrom als Hauptparameter

Von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
der Universität der Bundeswehr München

Zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
(Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Harald Hofmann



Neubiberg

2005

Vorsitzender:

1. Berichterstatter:

2. Berichterstatter:

Tag der Promotion:

Prof. Dr.-Ing. C. Hendrich

Prof. Dr.-Ing. H. Bausch

Prof. Dr.-Ing. D. Gerling

28.9.2005

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Doktorand am Institut für Elektrische Antriebstechnik der Universität der Bundeswehr München.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Bausch. Ohne seine wertvollen Anregungen und Hinweise sowie seine stete Bereitschaft zur Diskussion hätte diese Arbeit nicht entstehen können.

Für die Übernahme der Mitberichterstattung und der damit verbundenen intensiven Durchsicht der Arbeit danke ich dem Leiter des Instituts, Herrn Prof. Dr.-Ing. D. Gerling.

Die Arbeit wäre ohne das ausgezeichnete Betriebsklima und die vertrauensvolle Zusammenarbeit aller Institutsangehöriger nicht möglich gewesen.

Meinen Freunden und besonders meinen Eltern danke ich für ihr Verständnis und ihre Unterstützung.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Aufbau der Modularen Dauermagnetmaschine und Kurzbeschreibung der übrigen Komponenten eines mobilen Stromversorgungssystems	6
2.1	Die Modulare Dauermagnetmaschine (MDM)	6
2.1.1	Aufbau der MDM	8
2.1.2	MDM mit ungerader Strangzahl und „Zweischichtwicklung“	8
2.1.3	MDM mit gerader Strangzahl und „Zweischichtwicklung“	11
2.1.4	MDM mit „Einschichtwicklung“	14
2.1.5	Ausführung der MDM mit mehreren Spulen in einer Zone	15
2.1.5.1	Ausführung mit „Zweischichtwicklung“	17
2.1.5.2	Ausführung mit „Einschichtwicklung“	23
2.1.6	Bestimmung der Polradlage	23
2.1.7	Regelung der Maschine	26
2.1.8	Generatorbetrieb	28
2.2	Der aktive Gleichrichter	29
2.3	Das 230/400 V-Netz	31
2.4	Der DC/DC-Wandler	41
2.4.1	Hochsetzbetrieb	41
2.4.2	Tiefsetzbetrieb	42
3	Betriebsverhalten der Maschine mit Oberflächenmagneten	43
3.1	Der Betrieb der Maschine für $I < 1$	44
3.1.1	Der Auslegungspunkt A	44
3.1.2	Der Betrieb im Feldstellbereich	48
3.1.3	Der Betriebspunkt B der maximalen Leistung	55
3.1.4	Der Betriebspunkt C mit der gleichen Leistung wie in Punkt A	61
3.1.5	Der Betriebspunkt D der maximalen Drehzahl	64
3.2	Der Betrieb der Maschine für $I > 1$	67
3.2.1	Der Auslegungspunkt A	67
3.2.2	Der Betrieb im Feldstellbereich	69
3.2.3	Der Betriebspunkt B der maximalen Leistung	70
3.2.4	Der Betriebspunkt C mit der gleichen Leistung wie in Punkt A	74
3.2.5	Der Betriebspunkt D der maximalen Drehzahl	78
3.2.6	Der Feldstellbereich mit konstanter Maximalleistung	80
3.3	Der Betrieb der Maschine im Grenzfall $I = 1$	85
3.4	Berechnung der Stromkomponenten bei vorgegebenem Drehmoment	88

4	Betriebsverhalten der Maschine mit vergrabenen Magneten	91
4.1	Der Betrieb der Maschine für $I < 1$	93
4.1.1	Der Auslegungspunkt A	94
4.1.2	Das Verhalten der Maschine im Feldstellbereich	96
4.1.3	Der Betriebspunkt B der maximalen Leistung	102
4.1.4	Der Betriebspunkt C mit der gleichen Leistung wie in Punkt A	105
4.1.5	Der Betriebspunkt D der maximalen Drehzahl	109
4.2	Der Betrieb der Maschine für $I > 1$	110
4.2.1	Der Auslegungspunkt A	110
4.2.2	Das Verhalten der Maschine im Feldstellbereich	112
4.2.3	Der Betriebspunkt B der maximalen Leistung	114
4.2.4	Der Betriebspunkt C mit der gleichen Leistung wie in Punkt A	116
4.2.5	Der Betriebspunkt D der maximalen Drehzahl	119
4.2.6	Der Betrieb im unendlichen Feldstellbereich mit $I_d = 1$	120
4.2.7	Der Betrieb im Feldstellbereich mit maximaler Leistung	125
4.3	Einfluss der Parameter I und Q auf den Betriebspunkt A	133
4.4	Einfluss der Parameter I und Q auf den Betriebspunkt B	138
4.5	Berechnung der Stromkomponenten bei vorgegebenem Drehmoment	139
4.5.1	Berechnung der Komponenten für $I < 1$	139
4.5.1.1	Berechnung der Komponenten im Ankerstellbereich	139
4.5.1.2	Berechnung der Komponenten im Feldstellbereich	142
4.5.1.3	Drehzahlgrenze für ein vorgegebenes Drehmoment	144
4.5.2	Berechnung der Komponenten für $I > 1$	145
4.5.2.1	Berechnung der Komponenten im Ankerstellbereich	145
4.5.2.2	Berechnung der Komponenten im Feldstellbereich	145
4.5.2.3	Maximale Drehzahl für ein vorgegebenes Drehmoment	147
4.6	Der Betrieb der Maschine im Grenzfall $I = 1$	150
4.7	Flussdiagramm zur Berechnung der Komponenten	151
5	Zusammenfassung	153
6	Anhang	155
6.1	Lösung einer Gleichung dritten Grades	155
6.2	Lösung einer Gleichung vierten Grades	159
7	Literaturverzeichnis	164
8	Formelzeichen und Abkürzungen	166

1 Einleitung

Das Einsatzgebiet von stromrichter gespeisten Synchronmaschinen mit Dauermagneterregung hat sich in den letzten Jahren immer weiter ausgedehnt. Man findet sie beispielsweise als konventionelle Drehstrommaschinen (mit „verteilter“ Wicklung) in Servoantrieben und in der Sonderbauform als „Modulare Dauermagnetmaschinen“ (mit „konzentrierter“ Wicklung) in Hybridantrieben sowie für Starter-Generator-Anwendungen in der Automobilindustrie.

Gründe für die zunehmende Verwendung sind in erster Linie die hohe Ausnutzung und der potenziell große Feldstellbereich. Die Maschinen sind kompakt und haben einen guten Wirkungsgrad. Trotz hoher Drehzahlen kann die Stromrichterbemessungsleistung niedrig gehalten werden.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich in erster Linie mit der Berechnung des Betriebsverhaltens von Dauermagnetmaschinen, und zwar in der Ausführung mit Oberflächenmagneten und mit „vergrabenen“ Magneten. Es geht darum, einerseits die Grenzen von Drehmoment und Drehzahl zu ermitteln, wenn Spannung und Strom vorgegeben sind und andererseits die Spannungs- und Stromkomponenten in Abhängigkeit von der Drehzahl zu bestimmen, wenn das Drehmoment als Sollwert vorgegeben ist (Drehmomentsteuerung). Die Verhältnisse sind nicht leicht zu überblicken. Deshalb wurde der Schwerpunkt auf eine möglichst einfache Darstellung gelegt. Als besonders geeignet erwies sich dazu der Kurzschlussstrom als Bezugsgröße.

Anlass für die Arbeit war eine im Auftrag des Bundesamtes für Wehrtechnik und Beschaffung durchgeführte Untersuchung eines mobilen Stromversorgungssystems. Hier wurde eine Modulare Dauermagnetmaschine als Generator und auch als Starter verwendet. Im folgenden soll das System kurz vorgestellt werden.

Das Aufgabengebiet der Bundeswehr dehnt sich verstärkt auf Einsätze im Ausland aus. Dies beschränkt sich nicht nur auf den militärischen Bereich. Besonders die humanitäre und die Katastrophenhilfe nehmen an Bedeutung zu. Bei vielen Aufgaben im mobilen Einsatz ist die Verwendung elektrischer Geräte notwendig. Dazu muss elektrische Energie erzeugt und gegebenenfalls auch gespeichert werden. Die Zusammenschaltung mehrerer Erzeuger kleinerer Leistung ersetzt ein „Kraftwerk“, wodurch die Transportkapazität reduziert werden kann.

Bild 1 zeigt das Prinzipschaltbild zur Erzeugung der elektrischen Energie. Ein Dieselmotor, der vorzugsweise in einem Drehzahlbereich betrieben wird, in dem sein Wirkungsgrad am höchsten ist, treibt einen Generator an, der die elektrische Energie erzeugt. Die Modulare Dauermagnetmaschine (MDM) weist für diese Anwendung eine Reihe von Vorteilen auf, worauf später noch näher eingegangen wird. Die vom Generator erzeugte Spannung wird mit einem „aktiven“ (gesteuerten) Gleichrichter in eine konstante Zwischenkreisspannung umgewandelt. Daraus werden die benötigten Bordnetzspannungen gewonnen. Es sind dies die Gleichspannungsquelle (28V) mit der Ladefunktion für die Batterie und die 400 V Drehspannungsquelle mit 50 Hz oder 60 Hz, die auch einphasig (230 V) voll belastbar sein muss. Alternativ kann die MDM als Motor betrieben werden, um den Verbrennungsmotor zu starten. Der Leistungsfluss erfolgt dann von der 24 V-Batterie in Richtung Dieselmotor.

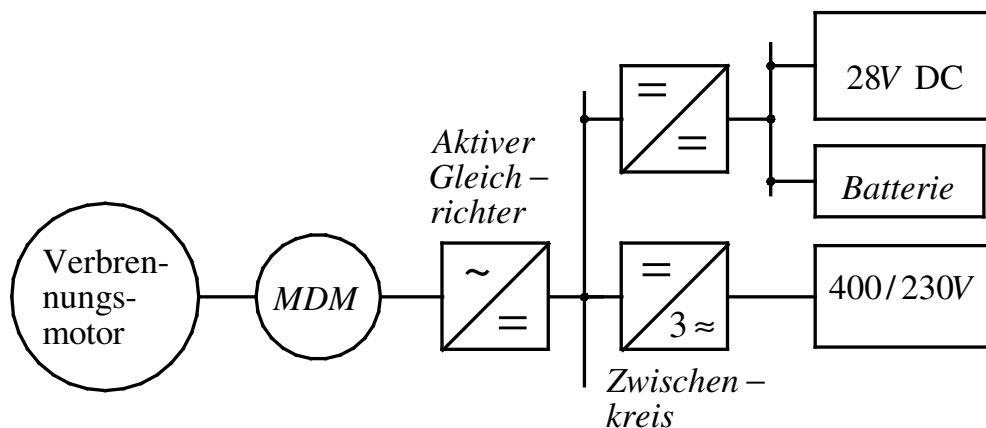


Bild 1 Prinzipschaltbild der Bordstromversorgung

Bei den Untersuchungen ergaben sich zahlreiche Fragen zu Auslegung und Betriebsverhalten der MDM. Das erschien Anlass genug, die verschiedenen Ausführungsformen noch einmal zusammenzustellen und sie über die im Institut für Elektrische Antriebstechnik der Universität der Bundeswehr München bereits früher durchgeführten Arbeiten [Kol87, Fri91] hinaus durch die Anordnung von mehreren Spulen je Zone eines Stranges zu erweitern. Auf diese Weise lassen sich insbesondere dreisträngige Maschinen mit hohen Polzahlen und Wicklungsfaktoren realisieren (Kapitel 2). Bezüglich des Betriebsverhaltens ist zwischen Ankerstellbereich (ASB) und Feldstellbereich (FSB) zu unterscheiden. Der Übergang vom ASB in den FSB findet statt, wenn die Spannungsgrenze erreicht ist. Bei den Untersuchungen ergab sich, dass das Betriebsverhalten von Synchronmaschinen mit Dauermagneten, zu denen auch die MDM zählt, im wesentlichen vom (dreipoligen, symmetrischen) Kurzschlussstrom abhängt. Daher

wird in Kapitel 3 diese Größe zunächst für die MDM mit Oberflächenmagneten als Hauptparameter eingeführt. Da die Induktivitäten in der Längsachse (L_d) und in der Querachse (L_q) weitgehend gleich sind, ergibt sich eine sehr übersichtliche Darstellung des Betriebsverhaltens. In [Soo93] und [Lov00] werden dagegen zwei Parameter benötigt. MDM mit Oberflächenmagneten werden häufig als Außenläufermaschinen gebaut, so auch im obigen Stromversorgungssystem. Das Rotorjoch kann dann die Zentrifugalkräfte aufnehmen. Bei Innenläufermaschinen ist jedoch i.a. eine Bandage erforderlich, was zusätzlichen Fertigungsaufwand bedeutet. Als Ausweg bietet sich an, die Magnete im Rotorblech einzubetten, sie darin gewissermaßen zu „vergraben“. Dann sind die Induktivitäten L_d und L_q unterschiedlich, und zwar ist L_q größer als L_d . Zusätzlich zum Hauptmoment, das durch Polradfluss und Querstrom gebildet wird, entsteht noch ein Reluktanzmoment. Die Beschreibung des Betriebsverhaltens wird dadurch erheblich aufwendiger, wie in Kapitel 4 gezeigt wird.

Aus Gründen der besseren Übersicht und um den Blick auf das Wesentliche zu wahren, wird die Maschine als verlustfrei angesehen. Außerdem wird nur die Wirkung der Grundwellen und Grundschrwingungen betrachtet. Es hat sich gezeigt, dass diese Betrachtungsweise für grundsätzliche Aussagen insbesondere über die erzielbaren Betriebsgrenzen ausreicht. Im Zweifelsfall, oder wenn etwa Wirkungsgrade berechnet werden sollen, empfiehlt es sich, geeignete Software-Programme wie beispielsweise [Spe02] zu verwenden. Die Ergebnisse, die mit den in dieser Arbeit entwickelten Methoden erzielt werden, können dann als erste Näherung für die Eingabegrößen verwendet werden.

Die Induktivitäten und auch der Polradfluss werden bei dieser Darstellung als konstant angesehen. Tatsächlich hängen sie aber selbstverständlich vom Zustand des magnetischen Kreises ab. Sättigung kann sehr ausgeprägt sein, wenn große Statorströme fließen [Rat01]. Besonders bei Maschinen mit vergrabenen Magneten verringern sich dann L_d (schwächer) und L_q (stärker), das Reluktanzmoment nimmt ab. Das konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht berücksichtigt werden, weil dann geschlossene Lösungen nicht mehr möglich sind. Es ist jedoch möglich, mit den abgeleiteten Beziehungen Aussagen über einzelne Arbeitspunkte zu machen, wenn die obigen Parameter für diese bekannt sind, etwa durch Messung oder durch numerische Berechnung.

Im folgenden Kapitel 2 werden neben dem Aufbau der MDM auch die übrigen Komponenten der in Bild 1 dargestellten mobilen Stromversorgungsanlage - allerdings nur kurz - angesprochen, um den Hintergrund der Arbeit etwas deutlicher zu machen.

2 Aufbau der Modularen Dauermagnetmaschine und Kurzbeschreibung der übrigen Komponenten eines mobilen Stromversorgungssystems

2.1 Die Modulare Dauermagnetmaschine (MDM)

Eine elektrische Maschine im mobilen Einsatz muss einige wesentliche Anforderungen erfüllen, nämlich u.a. eine hohe Ausnutzung, einen hohen Wirkungsgrad sowie geringe Abmessungen. Diese Forderungen erfüllt die Modulare Dauermagnetmaschine, deren Aufbau und Eigenschaften in [Kol87] dargestellt werden.

In **Bild 2** ist die MDM in der Bauweise als Außenläufer dargestellt, wie sie überwiegend Anwendung findet. Dadurch ergeben sich eine Reihe von Vorteilen, die zu einer kompakten Maschine mit hoher Ausnutzung führen.

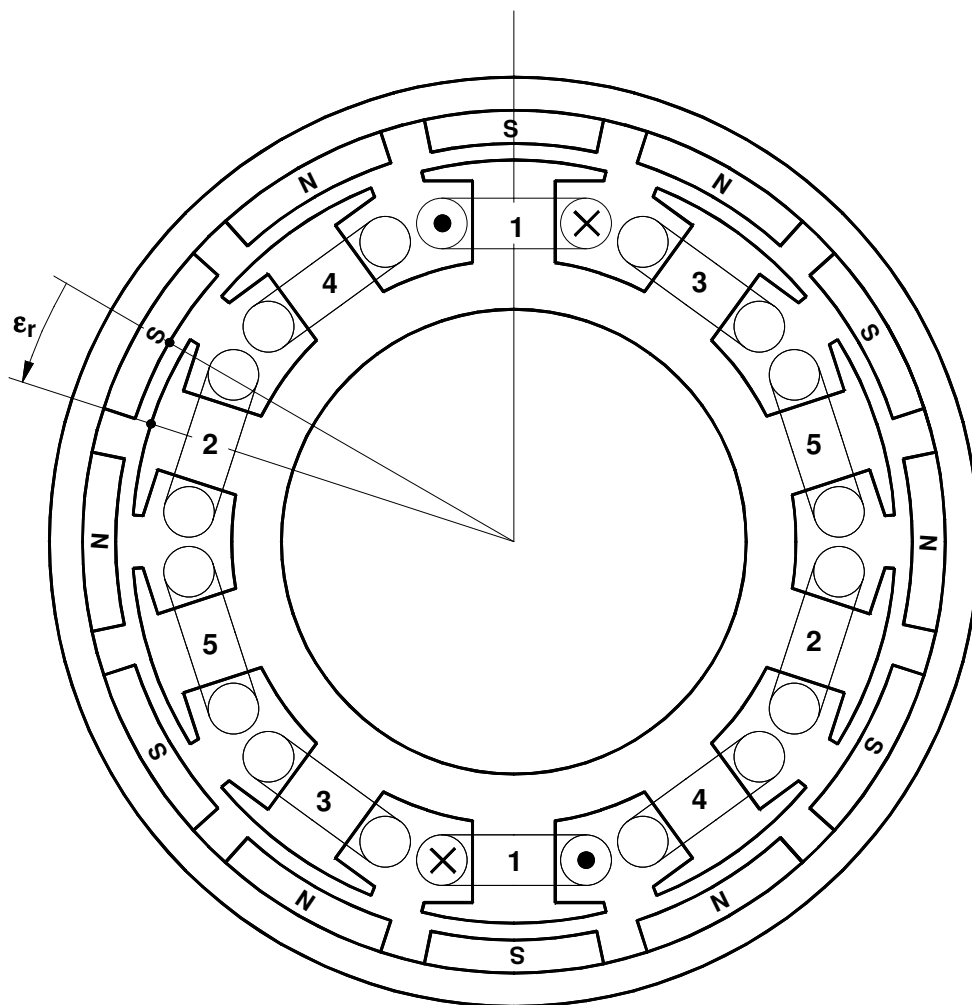


Bild 2 Schema einer MDM, m ungerade ($m=5$, $Z=10$, $2p=12$)

Der drehmomentbildende Luftspaltradius liegt nahe am volumenbildenden Außenradius. Der Innenraum kann für die Unterbringung von Stator und Lager optimal genutzt werden, es ergibt sich ein hoher Strombelag bei hoher Stromdichte, eine hohe Nutdurchflutung ist möglich. Um eine hohe Stromdichte zu erreichen, wird die Maschine flüssig gekühlt. Dazu wird der Stator in Kunststoff gekapselt und Öl als Kühlmittel verwendet, das dann die Wickelköpfe umspült und durch die Kühlkanäle gepresst wird. Man erreicht dadurch Stromdichten im Bereich von 20 A/mm^2 (Dauerbetrieb) bis 30 A/mm^2 (Kurzzeitbetrieb, 30-60 sec). Um einen Anstieg der Kühlmitteltemperatur in der Maschine zu vermeiden, kann die Maschine nur in kurzer Bauform ausgeführt werden (Scheibenform). Weil jedoch in der Bauweise als Außenläufer die Maschine nur einseitig gelagert werden kann, verbietet sich eine lange Bauform von selbst. Begünstigt wird dies durch die Einzelzahnwicklung, die keine Überkreuzungen in der Wicklung aufweist und dadurch kurze Wickelköpfe erlaubt („konzentrierte Wicklung“). Eine Einzelzahnwicklung erlaubt dabei eine einfache Herstellung. Die Wicklung kann vorgefertigt werden, was zu einem entsprechend hohen Füllfaktor und besseren Wirkungsgrad führt. Dazu tragen auch die kleinen Wickelköpfe bei. Durch die Verwendung hochenergetischer Dauermagnetmaterialien (in der Regel die Selten-Erden-Magnete NdFeB, SmCo) entstehen hohe Luftspaltinduktionen. Allerdings treten bei der Montage hohe magnetische Kräfte auf, für die die Montageeinrichtung ausgelegt werden muss. Mit den genannten Maßnahmen erreicht man Ausnutzungsziffern im Bereich von ca. $C=180 \text{ Nm/dm}^3$, im Vergleich zu ca. $C=35 \text{ Nm/dm}^3$ bei Asynchron- bzw. Reluktanzmaschinen mit indirekter Wasserkühlung im Gehäuse. Die Ausnutzungsziffer gibt das Verhältnis von Drehmoment zum Bohrungsvolumen an. Durch die Verwendung von Dauermagneten ist kein Erregerstrom nötig, es fallen also keine Erregerverluste an.

Wird die Maschine mit Oberflächenmagneten ausgeführt, sind die Längsinduktivität L_d und die Querinduktivität L_q praktisch gleich groß ($L_d = L_q = L$). Wird die Maschine als Innenläufer gebaut, werden die Magnete durch eine GFK-Bandage gegen die auftretenden Fliehkräfte gesichert. Um die aufwendige Herstellung einer GFK-Bandage zu vermeiden, können auch eingebettete („vergrabene“) Magnete verwendet werden. Da die Längs- und die Querinduktivität in diesem Fall nicht mehr gleich groß sind, tritt ein Reluktanzeffekt auf, der zur Drehmomentbildung genutzt werden kann.

2.1.1 Aufbau der MDM

Kennzeichnend für die MDM ist die Tatsache, dass die Anzahl der Magnetpole $2p$ in charakteristischer Weise von der Anzahl der Ständerzähne Z abweicht. Damit zeigt sich die Verwandtschaft zum Schrittmotor. Im Unterschied zu diesem wird bei der MDM ein Polradlagegeber benötigt (oder eine andere Einrichtung zur Bestimmung der Rotorposition), weil die Steuerung der Ströme in Abhängigkeit von der Rotorlage erfolgt. Im Hinblick auf die folgende Ableitung der Beziehungen ist zwischen Maschinen mit ungerader Strangzahl m sowie denjenigen mit gerader Strangzahl wegen der symmetrischen bzw. unsymmetrischen Statorfelder zu unterscheiden.

2.1.2 MDM mit ungerader Strangzahl und „Zweischichtwicklung“

Bild 2 zeigt das Schema einer MDM mit ungerader Strangzahl. Da sich in jeder Nut zwei Spulenseiten befinden, empfiehlt sich der Begriff „Zweischichtwicklung“ analog zu konventionellen Drehstrommaschinen. Entsprechend handelt es sich bei Ausführungen mit einer Spulenseite je Nut um „Einschichtwicklungen“. Als Strang 1 ist hier derjenige definiert, der sich mit den Südpolen in Deckungsstellung befindet. Dreht sich das Polrad in Gegen-Uhrzeigersinn, so ist Strang 2 derjenige, der sich als nächster mit einem Südpol in Deckungsstellung befindet. Dabei wird der räumliche „Schrittwinkel“ ε_r zurückgelegt, für den nach Bild 2 gilt:

$$\varepsilon_r = 2 \left(\frac{2\pi}{Z} - \frac{2\pi}{2p} \right) \quad 2p > Z \quad (1)$$

Auf diese Weise lässt sich die Reihenfolge aller Stränge ermitteln.

Durch Multiplikation mit der Polpaarzahl p erhält man die Phasenverschiebung zweier aufeinander folgender Stränge (z.B. die Grundschiebung der Polradspannung) in elektrischen Graden gemäß

$$\varepsilon = p\varepsilon_r = \frac{2\pi}{m} \quad (2)$$

Daraus ergibt sich der Zusammenhang

$$\frac{Z}{2p} = \frac{m}{m+1} \quad (3)$$

Im Beispiel aus Bild 2 sind die Strangzahl $m=5$ und die Zähnezahl $Z=10$. Damit ergibt sich die Phasenverschiebung $\varepsilon=72^\circ$ sowie die Polpaarzahl $p=6$ und somit die räumliche Phasenverschiebung $\varepsilon_r=12^\circ$.

Die gleiche Phasenverschiebung ist auch möglich, wenn die Polzahl kleiner als die Zähnezahl ist, es ändern sich die Vorzeichen in der Gleichung für ε_r

$$\varepsilon_r = 2 \left(\frac{2\pi}{2p} - \frac{2\pi}{Z} \right) \quad 2p < Z \quad (4)$$

Damit erhält man

$$\frac{Z}{2p} = \frac{m}{m-1} \quad (5)$$

Somit ergibt sich hier die Polpaarzahl $p=4$ und die räumliche Phasenverschiebung $\varepsilon_r=18^\circ$.

Bild 3 zeigt den Strombelag eines Stranges und dessen Zerlegung in Fourierkomponenten. Es entsteht ein *polunsymmetrisches* (Stator-) Luftspaltfeld mit $2p_s=4$ Polen. Daraus ergibt sich die erforderliche Zahnzahl zu

$$Z = p_s m \quad (6)$$

Die Zahl der Statorpole kann durch Vervielfachung der Grundanordnung erhöht werden. Für den Zusammenhang zwischen der Zahl der Rotor- und Statorpole gilt stets

$$2p = p_s (m \pm 1) \quad \begin{array}{l} + \text{ für } 2p > Z \\ - \text{ für } 2p < Z \end{array} \quad (7)$$

Wie aus Bild 3 ersichtlich ist, entsteht das Drehmoment in der Hauptsache durch das Zusammenwirken der Grundwelle des Polradfeldes mit der 3. Teilwelle des Statorstrombelages. Allgemein ergibt sich die Ordnungszahl der an der Drehmomentbildung beteiligten Teilwelle zu

$$v = \frac{p}{p_s} = \frac{m \pm 1}{2} \quad \begin{array}{ll} + & \text{für } 2p > Z \\ - & \text{für } 2p < Z \end{array} \quad (8)$$

Neben dieser hauptsächlich an der Drehmomentbildung beteiligten Teilwelle können noch andere Oberwellen dazu beitragen, wenn das Polradfeld Teilwellen entsprechender Ordnung aufweist.

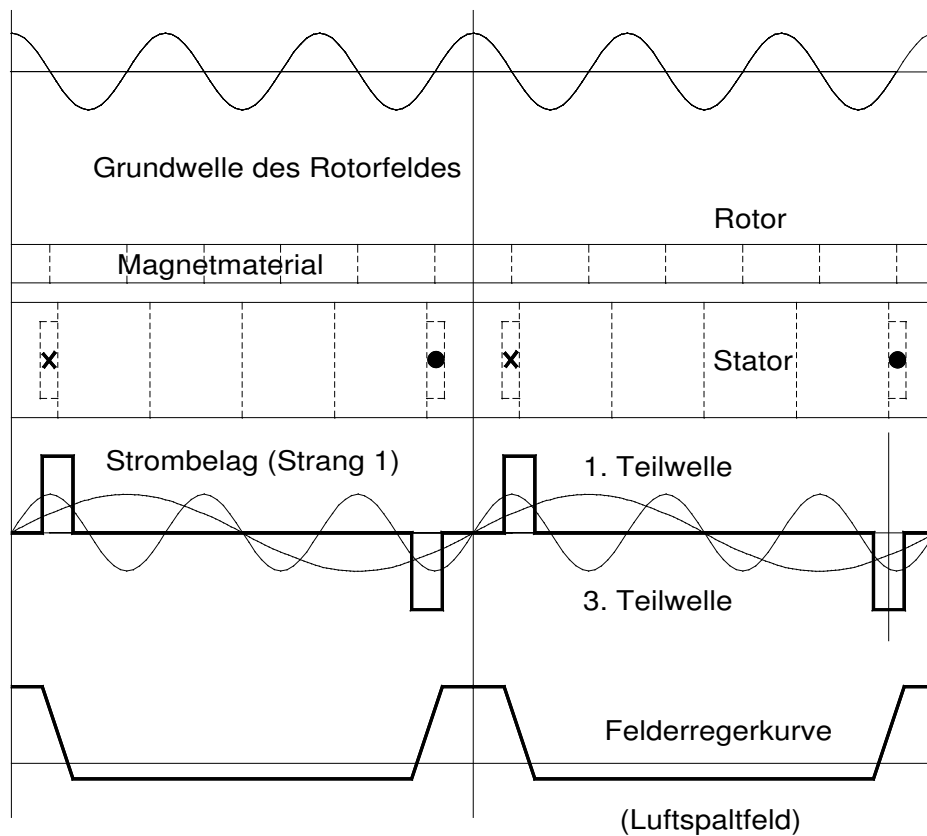


Bild 3 Rotorfeld, Strombelag und Felderregung eines Stranges

2.1.3 MDM mit gerader Strangzahl und „Zweischichtwicklung“

Aus **Bild 4** erkennt man, dass bei jeweils gegenüber liegenden Strängen die zugehörigen Pole ungleichnamig sind. Das würde bei dieser Maschine einer „inneren“ Strangzahl von 12 entsprechen. Die Polradspannungen und somit die Ströme sind in Gegenphase.

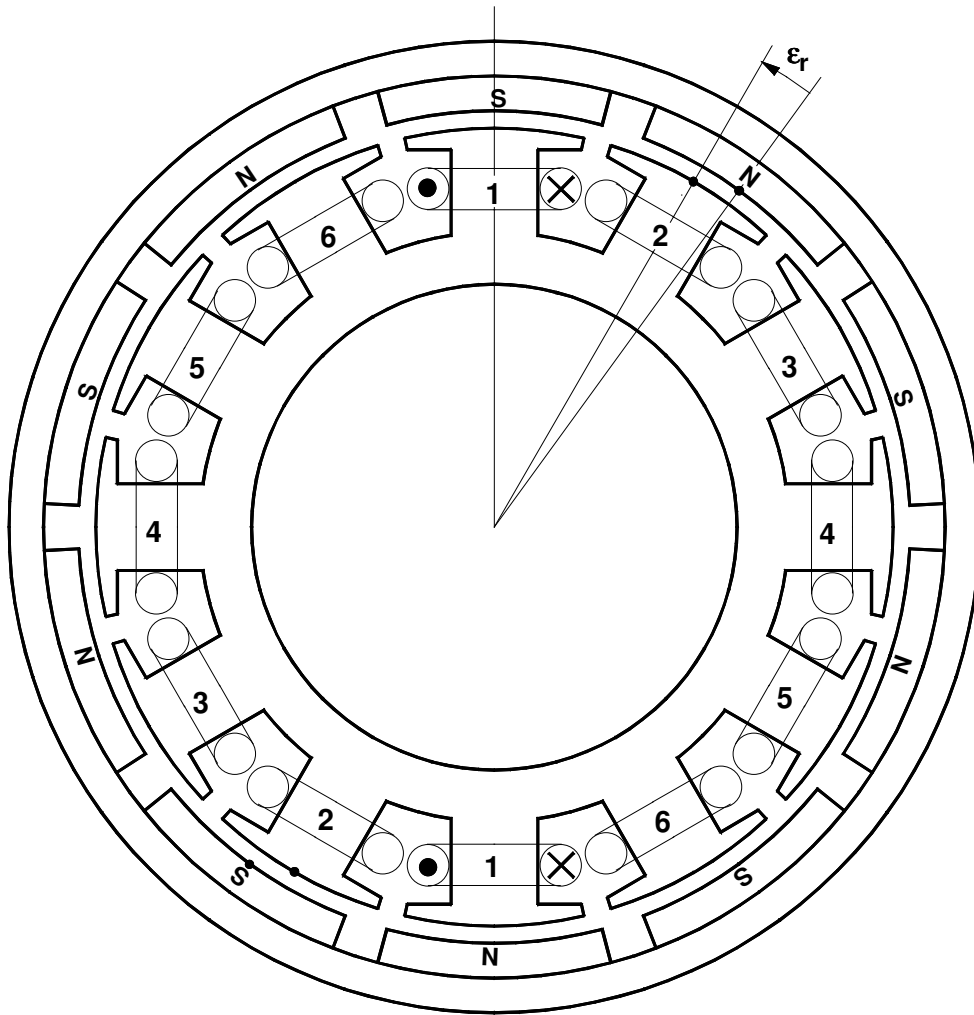


Bild 4 Schema einer MDM mit gerader Strangzahl m ($m=6$, $Z=12$, $2p=10$)

Um nun die Anzahl der Stränge zu reduzieren (z.B. für den Betrieb am Stromrichter), kann man die beiden Spulen der Stränge gegensinnig durchschalten und erhält so eine „äußere“ Strangzahl $m=6$. Somit beträgt der räumliche Schrittwinkel

$$\varepsilon_r = \frac{2\pi}{2p} - \frac{2\pi}{Z} \quad 2p < Z \quad (9)$$

Zusammen mit der Polpaarzahl ergibt dies eine Phasenverschiebung von

$$\varepsilon = p\varepsilon_r = \frac{\pi}{m} \quad (10)$$

was wieder auf den Zusammenhang

$$\frac{Z}{2p} = \frac{m}{m \pm 1} \quad \begin{array}{l} + \text{ für } 2p > Z \\ - \text{ für } 2p < Z \end{array} \quad (11)$$

führt. Im Beispiel ist die Zähnezah $Z = 12$, die Strangzahl $m = 6$ und damit die Phasenverschiebung $\varepsilon = 30^\circ$. Mit der Polpaarzahl $p = 5$ errechnet sich der räumliche Schrittwinkel ε_r zu 6° .

Ist die Polzahl $2p$ dagegen größer als die Zähnezah, erhält man eine Polpaarzahl von 7 und damit einen räumlichen Schrittwinkel von $4,29^\circ$ bei sonst unveränderten Daten.

Das (Stator-) Luftspaltfeld ist in **Bild 5** dargestellt und in diesem Fall polysymmetrisch mit $2p_s = 2$ Polen.

Die (Rotor-) Polzahl beträgt hier

$$2p = 2p_s (m \pm 1) \quad \begin{array}{l} + \text{ für } 2p > Z \\ - \text{ für } 2p < Z \end{array} \quad (12)$$

womit sich aus Gl. (11)

$$Z = 2p_s m \quad (13)$$

ergibt. Aus Bild 5 erkennt man, dass das Drehmoment mit Hilfe der 5. Teilwelle des Strombelags erzeugt wird. Allgemein gilt für die Ordnungszahl der hauptsächlich zur Drehmomentbildung beitragenden Teilwelle wiederum

$$\nu = \frac{p}{p_s} = \frac{m \pm 1}{2} \quad \begin{array}{l} + \text{ für } 2p > Z \\ - \text{ für } 2p < Z \end{array} \quad (14)$$

Aufgrund des polysymmetrischen Statorfeldes beeinflussen sich die Stränge nicht über das Luftspaltfeld, sondern nur über die Nutstreufelder. Dies erleichtert die Steuerung bzw. die Regelung der Maschine.

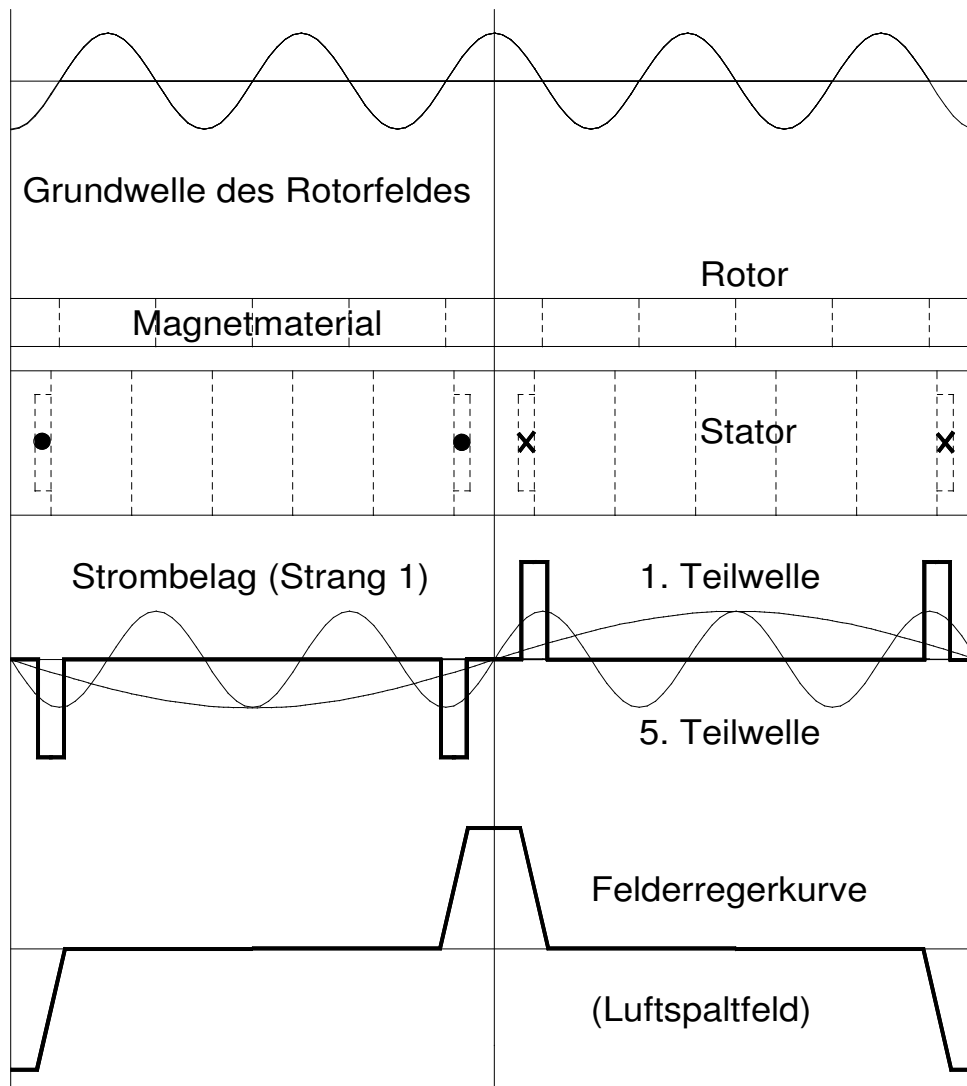


Bild 5 Rotorfeld, Strombelag und Felderregung eines Stranges

2.1.4 MDM mit „Einschichtwicklung“

Bild 6 zeigt das Schema einer MDM, bei der nur jeder zweite Zahn bewickelt ist. Hier verdoppelt sich das Kupfervolumen pro Spule.

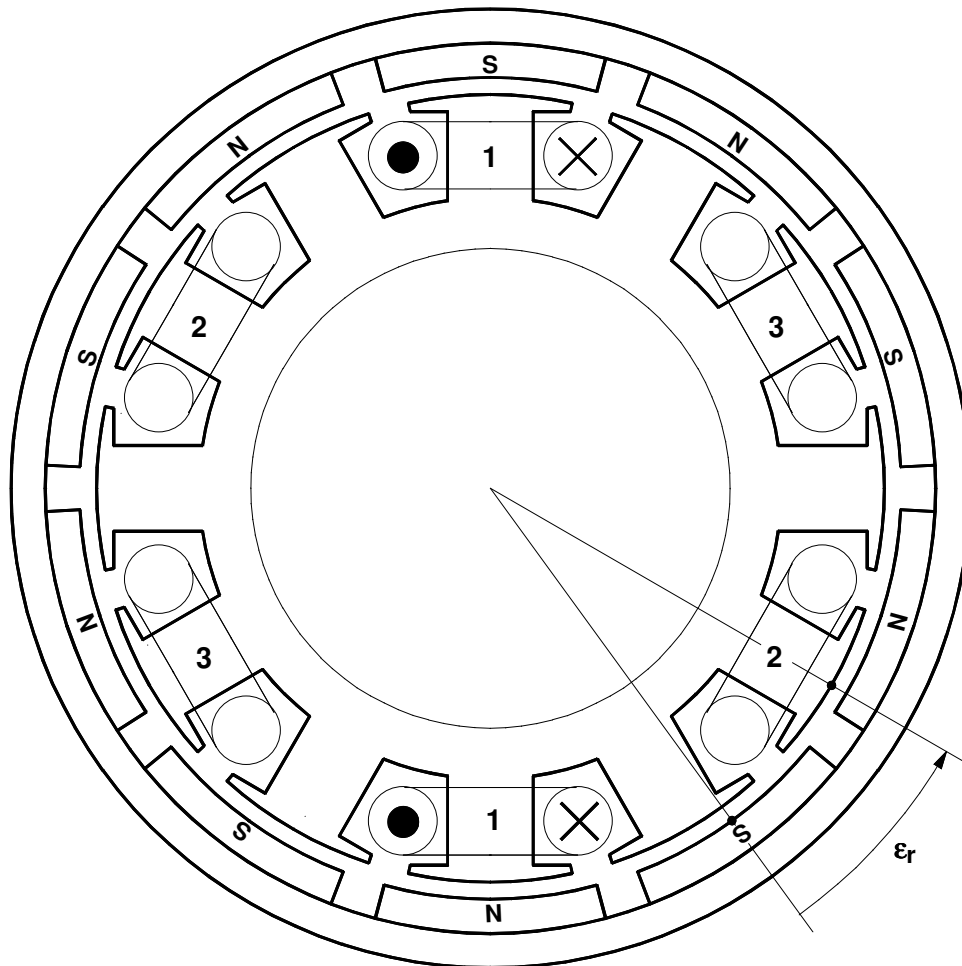


Bild 6 Einschichtwicklung, m gerade oder ungerade,
($m=3$, $Z=12$, $2p=10$)

Die innere Strangzahl ist immer gerade, so dass ein polysymmetrisches Statorfeld im Luftspalt entsteht. Nach außen kann die Strangzahl sowohl gerade als auch ungerade sein. Die Stränge müssen sowohl bei gerader als auch bei ungerader Strangzahl in Gegenphase geschaltet werden. Aufgrund des Aufbaus der Maschine gibt es keine Kopplung der Nutstrefelder mehr, so dass die Stränge völlig voneinander entkoppelt sind. Es gelten die folgenden Beziehungen:

$$Z = 2p_s 2m \quad (15)$$

sowie

$$2p = 2p_s (2m \pm 1) \quad \begin{array}{l} + \text{ für } 2p > Z \\ - \text{ für } 2p < Z \end{array} \quad (16)$$

und damit

$$\frac{Z}{2p} = \frac{2m}{2m \pm 1} \quad \begin{array}{l} + \text{ für } 2p > Z \\ - \text{ für } 2p < Z \end{array} \quad (17)$$

Die Felderregerkurve entspricht vom Verlauf her derjenigen der MDM mit gerader Strangzahl mit „Zweischichtwicklung“ aus Bild 5, das Drehmoment wird daher mit Hilfe der 5. Teilwelle des Strombelags erzeugt. Neuere MDM werden meist mit dieser Variante gebaut. Ein Vorteil ist dabei, dass sich hohe Nutfüllfaktoren erreichen lassen, wenn bei nicht zu großer Nutöffnung vorgefertigte Spulen auf die parallelfankigen Zähne geschoben werden können. Wird in Gl. (17) das +Zeichen verwendet, ergibt sich eine Ausführung mit $2p = 14$. Dadurch erhöhen sich bei derselben Drehzahl wegen der höheren Frequenzen die Eisenverluste.

Bei den bisher beschriebenen Bauformen der MDM sind die Ständerzahnelemente gleichmäßig am Umfang verteilt und die Phasenlage benachbarter Elemente ist verschieden. Diese Ausführungsform der Maschine wird als isotrop bezeichnet. Daneben gibt es noch eine Bauform, die mit anisotrop bezeichnet wird, bei der die Phasenlage benachbarter Zähne gleich ist. Die Phasenverschiebung zwischen den Strängen wird dabei durch eine Verbreiterung einzelner Zähne bzw. durch Vergrößerung einzelner Nutbreiten erreicht [Fri91].

2.1.5 Ausführung der MDM mit mehreren Spulen in einer Zone

Für die betrachteten Maschinen mit Zweischichtwicklung kann der Sehnungsfaktor zu

$$\xi_s = \sin\left(\frac{s \pi}{\tau 2}\right) = \sin\left(\frac{2p \pi}{Z 2}\right) = \sin\left(\frac{m \pm 1 \pi}{m 2}\right) \quad (18)$$

und für diejenigen mit Einschichtwicklung zu

$$\xi_s = \sin\left(\frac{s \pi}{\tau 2}\right) = \sin\left(\frac{2p \pi}{Z 2}\right) = \sin\left(\frac{2m \pm 1 \pi}{2m 2}\right) \quad (19)$$

mit der Nutteilung

$$s = \frac{2\pi}{Z} \quad (20)$$

und der Polteilung

$$\tau = \frac{2\pi}{2p} \quad (21)$$

angegeben werden. Es ist anzustreben, dass der Sehnungsfaktor möglichst nahe bei 1 liegt, weil dann der volle Polradfluss umfasst wird. Das führt zu einer hohen Strangzahl m der Maschine. Soll dagegen ein üblicher dreiphasiger Stromrichter ($m=3$) verwendet werden, ergibt sich für die Ausführung mit Zweischichtwicklung ein vergleichsweise geringer Sehnungsfaktor von $\xi_s = 0,866$. Bei der Ausführung mit Einschichtwicklung wird der Sehnungsfaktor zu $\xi_s = 0,966$, was auf das bessere Verhältnis von $\frac{2p}{Z}$ zurückzuführen ist. Bei gleichen Hauptabmessungen und Windungszahlen sind hier die Induktivitäten um den Faktor 2 größer als bei der Ausführung mit Zweischichtwicklung. Das ist von Nachteil, wenn die Maschine im Kurzzeitbetrieb möglichst hoch ausgenutzt werden soll, weil dann die Spannung wegen der Abfälle an Längs- und Querreaktanz nicht ausreichen könnte.

Bei den bisher beschriebenen Bauformen der MDM sind die Spulen aufeinander folgender Zähne verschiedenen Strängen zugeordnet. Der Zonenfaktor ist daher $\xi_z = 1$. Gehören stattdessen mehrere aufeinander folgende Spulen zu *demselben* Strang und bilden eine Zone, wird dadurch das Verhältnis $\frac{2p}{Z}$ und somit der Wicklungsfaktor verändert. Dieser wird zunächst für die Ausführung mit zweischichtiger Wicklung bestimmt.

2.1.5.1 Ausführung mit „Zweischichtwicklung“

Bild 7 zeigt die Anordnung mit $n=3$ Spulen je Zone in der Ausführung als Außenläufer.



Bild 7 Ausführung Zweischichtwicklung mit $m=3$ und $n=3$

Um den Polradfluss phasenrichtig wirksam werden zu lassen, ist Spule 2 in Gegenphase zu den Spulen 1 und 3 zu schalten (**Bild 8**). Allgemein gilt, dass sich der Wicklungssinn aufeinander folgender Spulen desselben Stranges jeweils umkehrt. Dann beträgt die Phasenverschiebung in *elektrischen* Graden mit den obigen *räumlichen* Winkeln s und τ

$$\alpha = p(s - \tau) = \left(\frac{2p}{Z} - 1 \right) \pi \quad (\text{für } 2p > Z) \quad (22)$$

bzw.

$$\alpha = p(\tau - s) = \left(1 - \frac{2p}{Z}\right)\pi \quad (\text{für } 2p < Z) \quad (23)$$

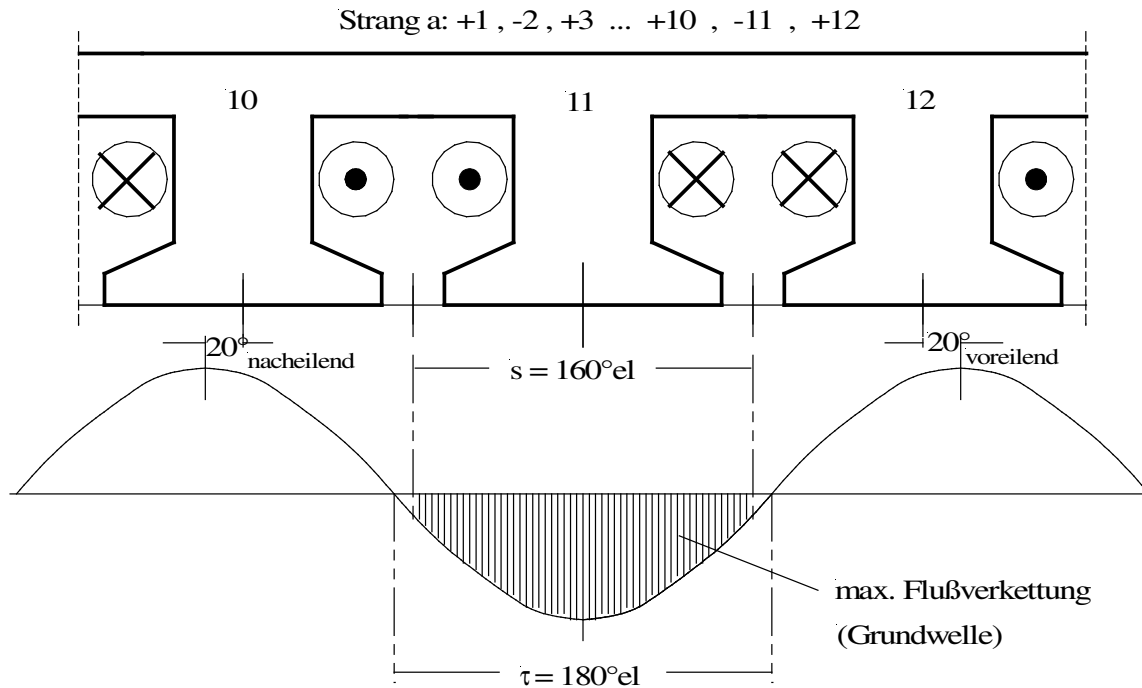


Bild 8 Verschaltung der Spulen in einer Zone

Um zwischen den Strängen die Phasenverschiebung

$$\varepsilon = \frac{2\pi}{m} \quad (m \text{ ungerade}) \quad (24)$$

bzw.

$$\varepsilon = \frac{2\pi}{2m} \quad (m \text{ gerade}) \quad (25)$$

zu erzielen, müssen die n Spulen zusammen den Phasenwinkel

$$\frac{\pi}{m} = n \cdot \alpha \quad (26)$$

aufweisen, um den maximalen Zonenfaktor

$$\xi_Z = \frac{\sin\left(n \frac{\alpha}{2}\right)}{n \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (27)$$

gemäß **Bild 9** zu erzielen. Dies führt im Beispiel $m=3$, $\varepsilon=120^\circ$ auf $\pi/3=60^\circ$ oder -120° . Der in Umfangsrichtung nächste Strang nach Strang a ist demnach Strang c mit einer Phasenverschiebung von -120° oder $+240^\circ$.

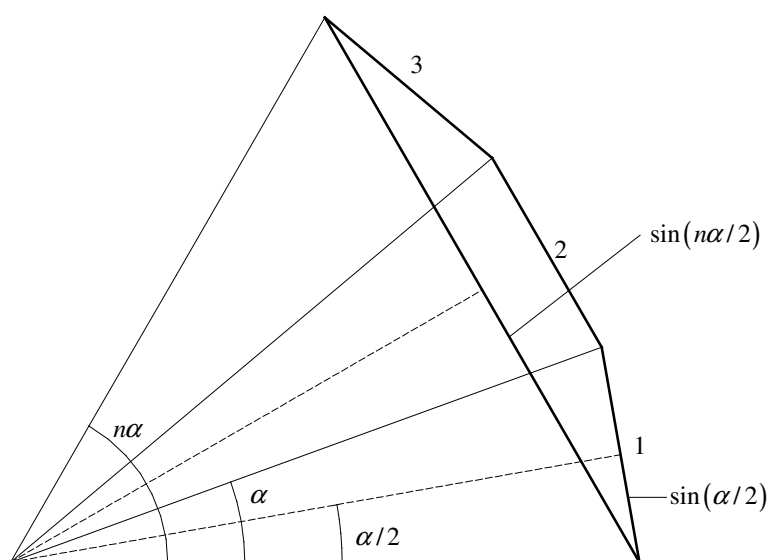


Bild 9 Zonenfaktor für $m=3$ und $n=3$

Aus den Gln. (22) bzw. (23) und (26) folgt der Zusammenhang

$$\frac{Z}{2p} = \frac{mn}{mn \pm 1} \quad (\text{Zweischichtwicklung}) \quad (28)$$

Der Faktor n wirkt also wie eine Vergrößerung der Strangzahl im Vergleich zum bisherigen $n=1$.

In der Regel wird man $2p < Z$, also das Minuszeichen in Gl. (28), wählen, um bei gleicher Drehzahl eine geringere Frequenz mit kleineren Eisenverlusten zu erzielen. Nur falls die Jochstärken mit Bezug auf den verfügbaren Bauraum eine Rolle spielen, wird man $2p > Z$ (Pluszeichen) wählen.

Im Beispiel mit $m=3$, $n=3$ wird mit dem Minuszeichen $\frac{Z}{2p} = \frac{9}{8}$ und damit $2p=16$, $Z=18$, weil 2 Zonen je Strang vorhanden sind.

Der resultierende Wicklungsfaktor setzt sich wie bei konventionellen Maschinen mit verteilter Wicklung zusammen aus Zonen- und Sehnungsfaktor:

$$\xi = \xi_z \cdot \xi_s = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2m}\right)}{n \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2mn}\right)} \cdot \sin\left(\frac{mn \pm 1}{mn} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \quad (29)$$

Im Falle $n=1$ wird $\xi_z=1$ und $\xi=\xi_s$ wie bisher. Im Beispiel ist $\xi_z=0,960$, $\xi_s=0,985$ und damit $\xi=0,945$. Das ist erheblich mehr als $\xi=0,866$ bei $n=1$.

Grundsätzlich kann man selbstverständlich den Phasenwinkel für zwei aufeinander folgende *Stränge* bei ungeradem m anstelle von π/m nach Gl. (26) auch zu $2\pi/m$ wählen, im Falle $m=3$ also 120° . Auf Strang a folgt dann Strang b anstelle von c. Dann lautet das Nuten- zu Polzahlverhältnis

$$\frac{Z}{2p} = \frac{mn}{mn \pm 2} \quad (30)$$

Im obigen Beispiel würde daraus $\frac{Z}{2p} = \frac{9}{7}$, also $Z=18$, $2p=14$ folgen. Der Phasenwinkel zwischen zwei aufeinander folgenden Spulen eines Stranges betrüge dann $\alpha=40^\circ$, der Zonenfaktor würde auf $\xi_z=0,844$ sinken, der Sehnungsfaktor bliebe mit $\xi_s=0,985$ erhalten, der Wicklungsfaktor wäre dann $\xi=0,831$. Das ist zweifellos eine ungünstige Option. Man wird daher stets den *minimalen* Phasenwinkel, im Beispiel also 60° (und nicht 120°) wählen, um die Ausnutzung möglichst groß zu halten.

Unter der Annahme, dass die Nutdurchflutungen in der Nutmittellinie konzentriert sind, ergibt sich für einen Strang im obigen Beispiel die in **Bild 10** dargestellte Felderregerkurve des Stators. Man erkennt, dass sie polunsymmetrisch ist. Der Fluss des mittleren Zahns schließt sich über die beiden benachbarten Zähne zurück, die Nulllinie verschiebt sich entsprechend. Es besteht jedoch keine Kopplung über das Luftspaltfeld mit den übrigen Strängen. Die Fourieranalyse enthält alle ganzen Zahlen ν . Sie ergibt mit $\nu=1$ die Grundpolpaarzahl

$p_s = 2$ ($2p_s = 4$) des Stators. Mit $\nu = 2$ erhält man $2p_s = 8$ und mit $\nu = 4$ ergibt sich $2p_s = 16$. Mit dieser Teilwelle bildet der Rotor das Drehmoment.

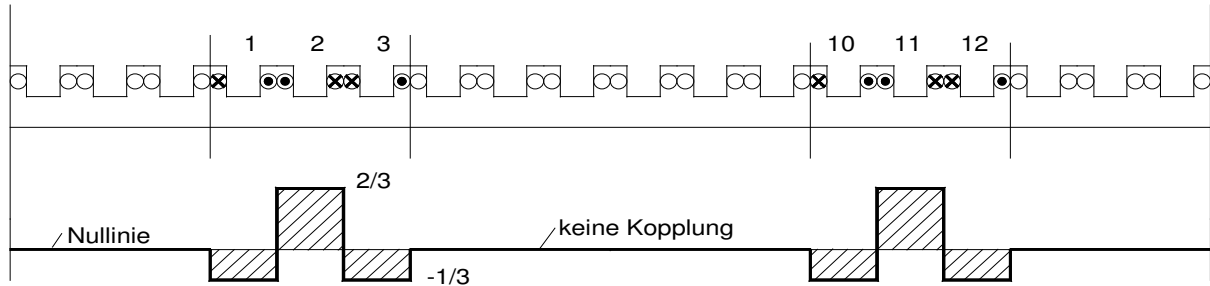


Bild 10 Felderregerkurve für $m=3$ und $n=3$

Die Polunsymmetrie ist ein Schönheitsfehler. Man kann sie offensichtlich vermeiden, wenn man für n nur gerade Zahlen, z.B. $n=2$ zulässt. Dann schließt sich der Fluss über zwei benachbarte Zähne zurück, es entsteht ein polsymmetrisches Feld (obwohl m ungerade ist).

Als Beispiel ist in **Bild 11** eine Ausführung mit Zweischichtwicklung mit $m=3$, $n=2$, $\frac{Z}{2p} = \frac{6}{5}$, $Z=24$, $2p=20$ zu sehen.

Bild 12 zeigt die entsprechende Felderregerkurve. Hier entstehen nur ungerade ν . Die Grundpolpaarzahl des Stators für $\nu=1$ beträgt $p_s=2$. Allgemein gilt

$$Z = p_s mn \quad (\text{n ungerade}) \quad (31)$$

und

$$Z = 2p_s mn \quad (\text{n gerade}) \quad (32)$$

Das entspricht den Gln. (6) und (13). Entsprechend gilt auch

$$2p = p_s (mn \pm 1) \quad (\text{n ungerade}) \quad (33)$$

und

$$2p = 2p_s (mn \pm 1) \quad (\text{n gerade}) \quad (34)$$

entsprechend Gln. (7) und (12).

Mit $\nu = 5$ ($=6-1$) ergibt sich im Beispiel diejenige Teilwelle mit der Polzahl 20, mit der der Rotor das Drehmoment erzeugt.

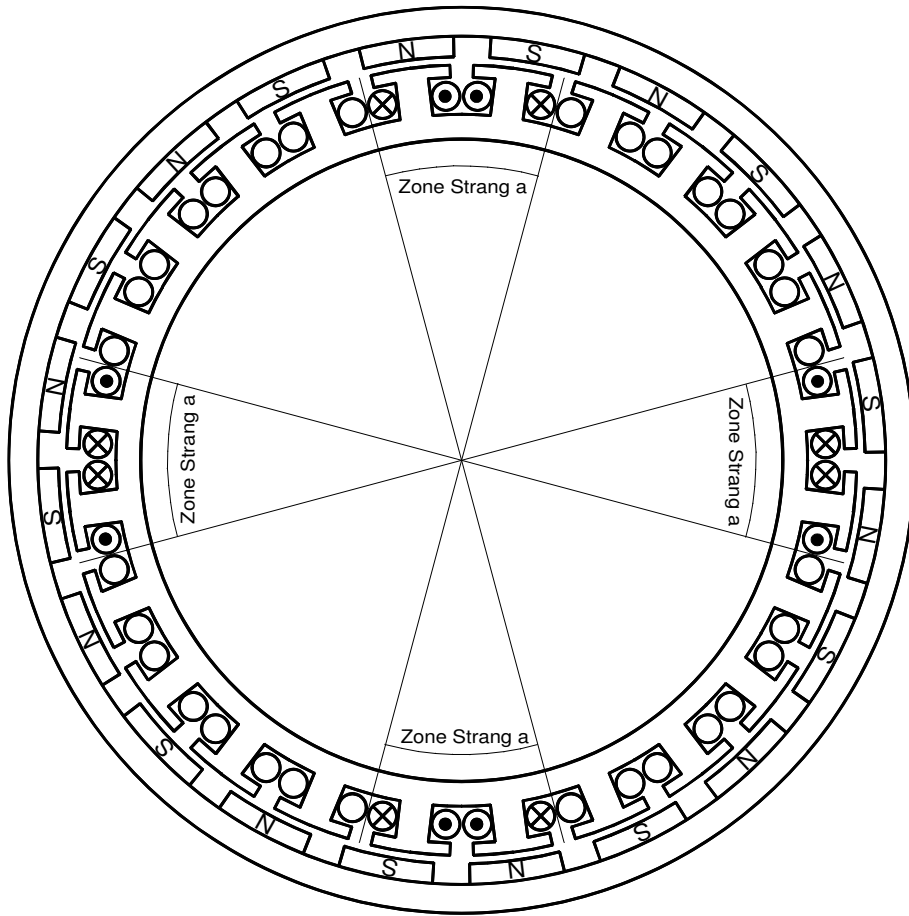


Bild 11 Ausführung Zweischichtwicklung mit $m=3$ und $n=2$

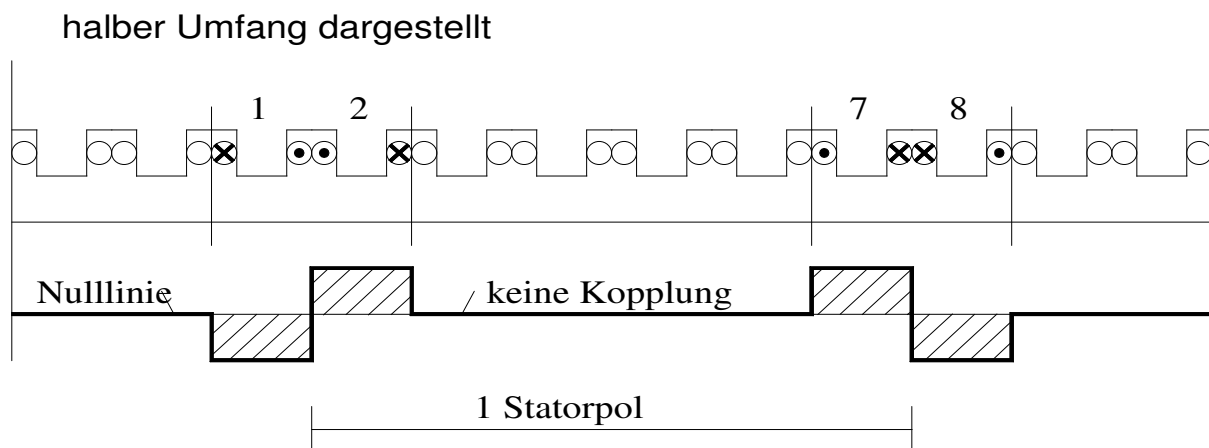


Bild 12 Felderregerkurve für $m=3$ und $n=2$

2.1.5.2 Ausführung mit „Einschichtwicklung“

Obwohl sich die Ausführung mit Einschichtwicklung eher für Außenpolmaschinen eignet (weil man die vorgefertigten Spulen auf einfache Weise auf den Innenstator schieben kann, wobei allerdings gewisse Randbedingungen zu beachten sind), soll dieser Fall hier der Vollständigkeit halber angeführt werden. Die Phasenverschiebung zwischen zwei aufeinander folgenden Spulen desselben Stranges ist jetzt doppelt so groß wie bei der Ausführung mit Zweischichtwicklung, alle anderen Beziehungen bleiben erhalten. Daraus errechnet sich

$$\frac{2p}{Z} = \frac{2mn \pm 1}{2mn} \quad (\text{Einschichtwicklung}) \quad (35)$$

2.1.6 Bestimmung der Polradlage

Um den Strom in der Maschine phasenrichtig zur Polradspannung einprägen zu können, muss die Lage des Polrades bekannt sein. Zu deren Bestimmung gibt es mehrere Möglichkeiten. Es kann ein Inkrementalgeber mit Referenzspur verwendet werden. Dabei werden meist optische Geber oder Hallgeber eingesetzt [Hen91]. Dieser Geber hat jedoch den Nachteil, dass z.B. beim Abschalten der Steuerung (z.B. Stromausfall) die genaue Position verloren geht. Sie wird erst wieder durch Erreichen des Referenzimpulses gewonnen. Im schlimmsten Fall kann dazu eine ganze Umdrehung notwendig sein. Diesen Nachteil kann man durch die Verwendung eines Absolutwertgebers (Encoder) vermeiden. Hier wird für jeden Winkelschritt ein spezielles Bitmuster ausgegeben (Greycode). Dazu ist je nach erforderlicher Genauigkeit ein höherer Aufwand notwendig.

Eine weitere Möglichkeit ist die Verwendung eines Resolvers. Den prinzipiellen Aufbau eines Resolvers zeigt **Bild 13**.

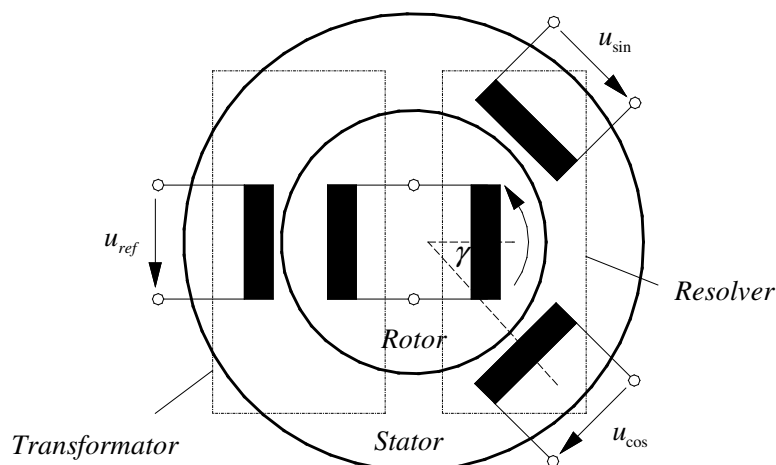


Bild 13 prinzipieller Aufbau eines Resolvers

Die Referenzspannung u_{ref} (**Bild 14**), deren Frequenz wesentlich höher als die Drehfrequenz des Rotors ist, wird über einen Transformator von der Statorseite auf die Rotorseite übertragen und damit der Rotor des eigentlichen Resolvers gespeist. Die Frequenz ω_{ref} sowie die Amplitude \hat{u}_{ref} können mit größeren Toleranzen behaftet sein. In die beiden um 90° versetzten Spulen des Stators des Resolvers werden die beiden Spannungen u_{sin} bzw. u_{cos} induziert, deren Amplitude von der Rotorlage γ abhängt:

$$u_{sin} = \hat{u}_{ref} K \sin(\omega_{ref} t) \sin \gamma \quad (36)$$

und

$$u_{cos} = \hat{u}_{ref} K \sin(\omega_{ref} t) \cos \gamma \quad (37)$$

K ist der Kopplungsfaktor zwischen Rotor und Stator. Bei einer Drehung entsteht eine sinus- bzw. cosinusförmige Hüllkurve (**Bild 15** und **Bild 16**). Die Signalauswertung und die Störungsunterdrückung übernehmen integrierte Bausteine, sie geben die absolute Rotorposition als Digitalwert und als analoges Signal aus. In [Gre02] wird ein Leiterplattenresolver beschrieben, bei dem die Wicklungen durch Leiterbahnen auf einer Platine ersetzt werden. Dadurch besteht dieser Geber nur aus 2 Platinen und der zugehörigen Auswerteeinheit. Er weist nur geringe Abmessungen in axialer Richtung auf, was gegenüber herkömmlichen Hohlwellenresolvieren einen großen Vorteil darstellt.

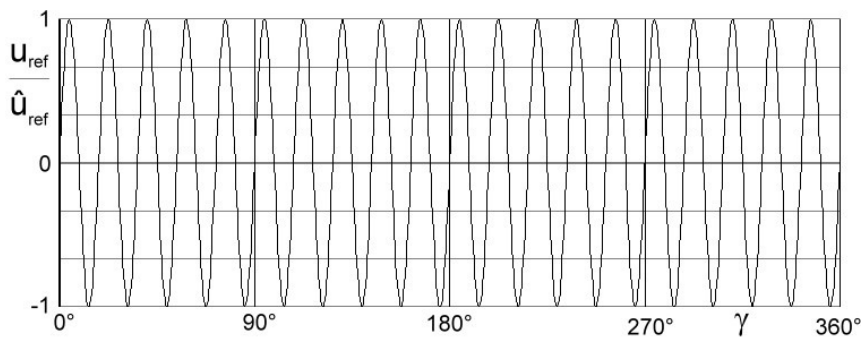
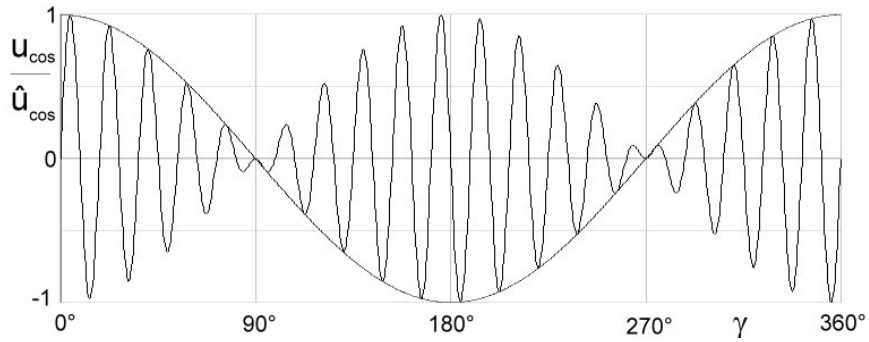
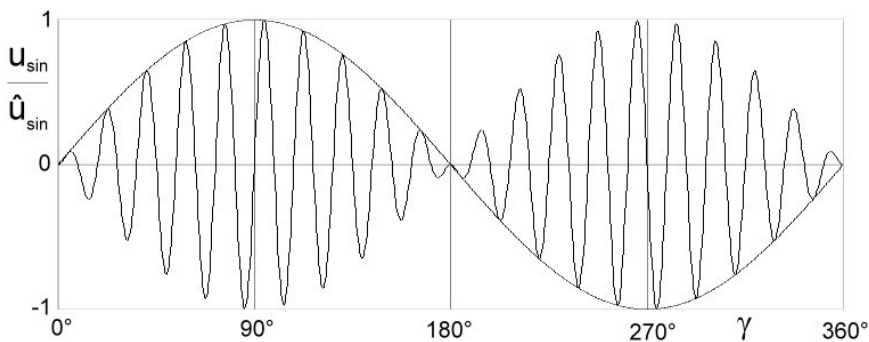


Bild 14 Referenzspannung

Bild 15 Ausgangsspannung der Sinusspur u_{\sin} mit HüllkurveBild 16 Ausgangsspannung der Cosinusspur u_{\cos} mit Hüllkurve

Eine weitere Möglichkeit zur Rotorlageerfassung ist die sensorlose Positionsbestimmung. Ein Beispiel wird in [Bin98] vorgestellt. Hier wird davon ausgegangen, dass sich bei einer falsch angenommenen Rotorposition eine Längskomponente der Polradspannung ergibt, die in Wirklichkeit nicht vorhanden ist. Daher kann durch eine Regelung die wirkliche Rotorposition bestimmt werden.

Die prinzipielle Regelung mit PI-Reglern zeigt **Bild 18**. Die Regelung erfolgt im synchronen d,q-Koordinatensystem. Sowohl die q- als auch die d-Komponente des Stromes werden von einem eigenen Regler geregelt. Die Sollwerte werden vorgegeben, die Istwerte werden aus den gemessenen Strömen über zwei Transformationen gebildet. Als Reglerausgangsgrößen erhält man die Spannungen u_q und u_d . Diese Spannungen werden wieder ins a,b,c-Koordinatensystem transformiert, daraus können z.B. mit dem Unterschwingungsverfahren die Ansteuersignale für die Transistoren erzeugt werden.

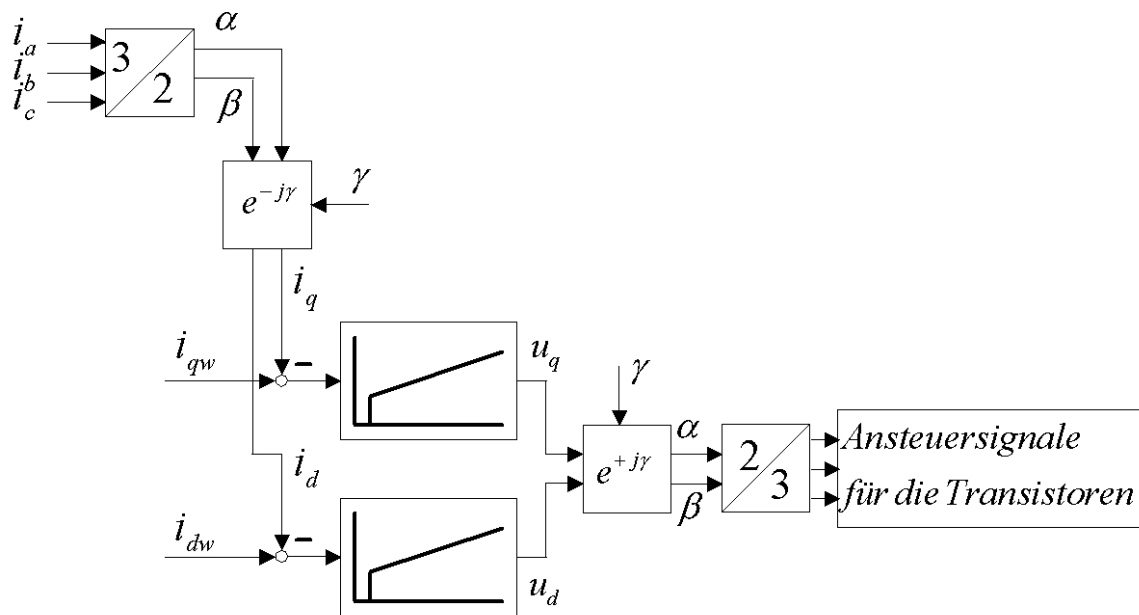


Bild 18 Stromregelung mit PI-Reglern

Die prinzipielle Vorgehensweise mit Hysteresestromreglern zeigt **Bild 19**. Die vorgegebenen d,q-Komponenten des Sollstromes werden in das ständerfeste a,b,c-Koordinatensystem transformiert. Der Hysteresestromregler erzeugt aus dem Vergleich von Soll- und Istwert in Abhängigkeit von der eingestellten Hysteresebandbreite direkt die Ansteuersignale für die Transistoren.

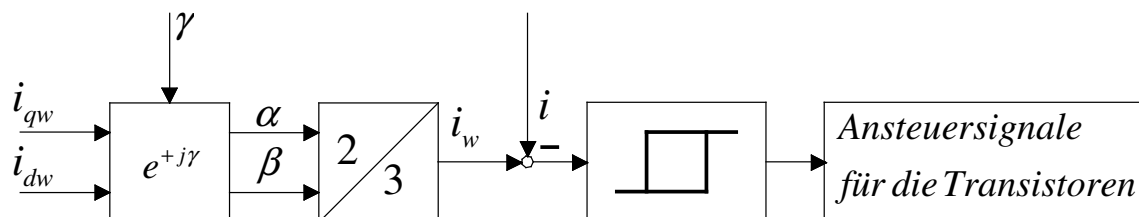


Bild 19 Stromregelung mit Hysteresestromreglern

2.1.8 Generatorbetrieb

Die in der Maschine erzeugte Polradspannung ist der Drehzahl proportional. Soll die Maschine im Fahrzeug als Generator arbeiten und die Batterie laden, so arbeitet der Stromrichter bei kleinen Drehzahlen als Hochsetzsteller. Sobald die Spannung an den Maschinenklemmen über der Batteriespannung liegt, müssen Gegenmaßnahmen ergriffen werden. Will man nur mit einem einzigen Stromrichter (**Bild 20**) auskommen, muss das Feld der Maschine geschwächt werden. Dazu muss man wiederum wie im Motorbetrieb einen der Polradspannung vorseilenden Stromanteil i_d erzeugen.

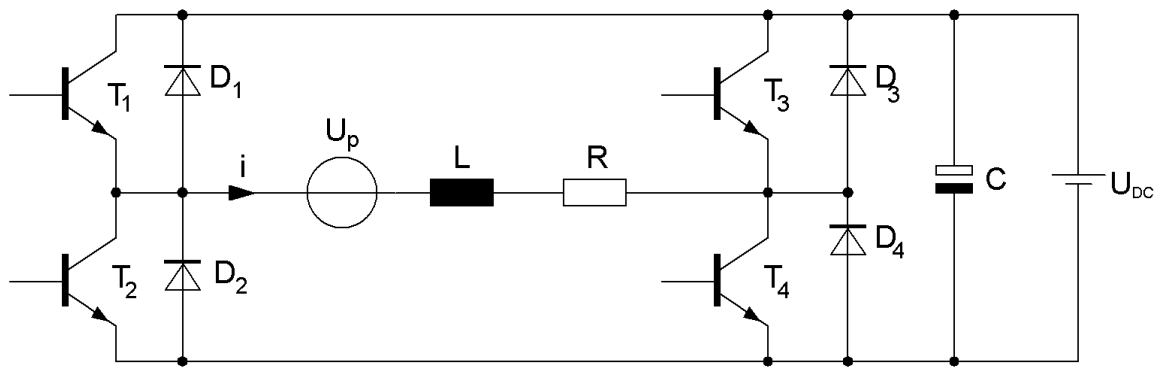


Bild 20 Einphasige Brückenschaltung („H-Brücke“)

Bild 21 zeigt das vereinfachte Zeigerdiagramm der Maschine im Feldstellbereich bei Generatorbetrieb. Die durch den Polradfluss ψ_p und die (elektrische) Drehzahl ω erzeugte Polradspannung u_p liegt in der positiven Querachse des Zeigerdiagramms. Wegen des Generatorbetriebs liegt der Querstrom i_q in Gegenrichtung der Polradspannung und erzeugt eine Spannungskomponente $\omega L i_q$ in Längsrichtung. Sie erzeugt zusammen mit der Polradspannung in Bild 21 eine Spannung, die bei entsprechend hoher Drehzahl ω die Grenzspannung u übersteigt. Mit Hilfe des Längsstroms i_d entsteht eine Spannungskomponente $\omega L i_d$, die entgegen der Polradspannung wirkt und so einen Betrieb der Maschine auch bei hohen Drehzahlen ermöglicht.

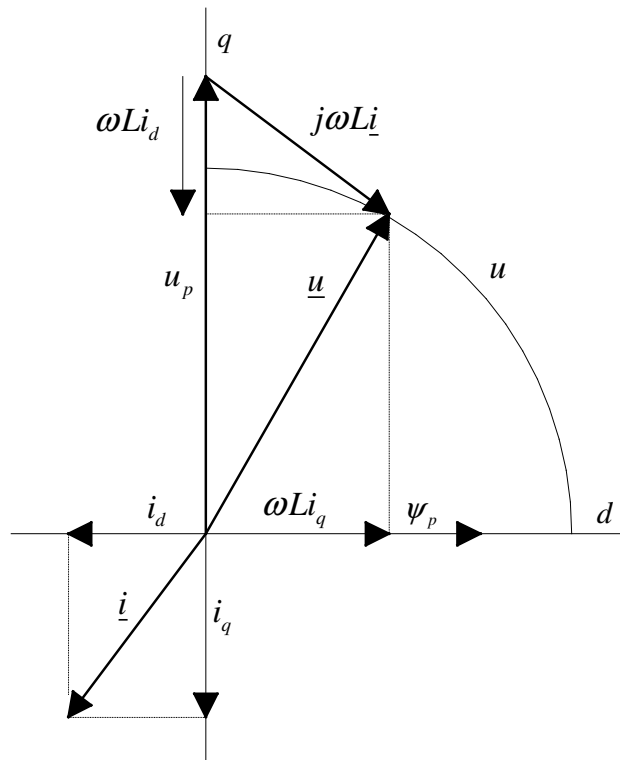


Bild 21 Zeigerdiagramm der Maschine im Feldstellbereich, Generatorbetrieb

2.2 Der aktive Gleichrichter

Der aktive Gleichrichter erzeugt die konstante Zwischenkreisspannung U_{DC} . Den prinzipiellen Aufbau des Vierquadrant-Pulswechselrichters für einen Strang zeigt wieder Bild 20. Die Wechselrichter für die anderen Stränge werden zu diesem parallel geschaltet. **Bild 22** zeigt ein mögliches Verfahren zur Regelung der Zwischenkreisspannung. Ein PID-Regler erzeugt aus der Differenz zwischen der Sollzwischenkreisspannung und der gemessenen Zwischenkreisspannung den Sollwert für die Strangstromamplitude. Dieser Wert wird mit der vorgegeben Sollwertkurve multipliziert, man erhält den Sollwertstromverlauf. Für die Berechnung der Sollwertkurve wird die Rotorlage benötigt, um den Strom mit der richtigen Phasenlage zur Polradspannung einzuprägen. Der so errechnete Sollwertstrom wird mit Hilfe eines Zweipunktreglers eingestellt, der die Ansteuersignale für die Transistoren erzeugt. Bei der positiven Halbwelle des Strangstroms i schalten die Transistoren T_1 oder T_4 , bei der negativen Halbwelle entsprechend T_2 oder T_3 . Wird die positive Halbwelle betrachtet, so wird nur T_1 eingeschaltet, um einen Strom aufzubauen. Der Strom fließt dann über die Diode D_3 im Kreis. Sobald der Strangstrom das obere Ende des Toleranzbandes erreicht hat, wird T_1 ausgeschaltet, die Spule L treibt den Strom

weiter, indem sie eine Gegenspannung aufbaut. Der Strom kommutiert von T_1 auf D_2 und fließt nun über die Dioden D_2 und D_3 in den Kondensator und erhöht dadurch die an ihm anliegende Spannung. Sobald das untere Ende des Toleranzbandes erreicht ist, wird T_1 wieder eingeschaltet. Wird der Transistor T_4 verwendet, so fließt der Strom über die Diode D_2 im Kreis. Um T_1 und T_4 gleichmäßig zu belasten, werden beide Transistoren abwechselnd geschaltet.

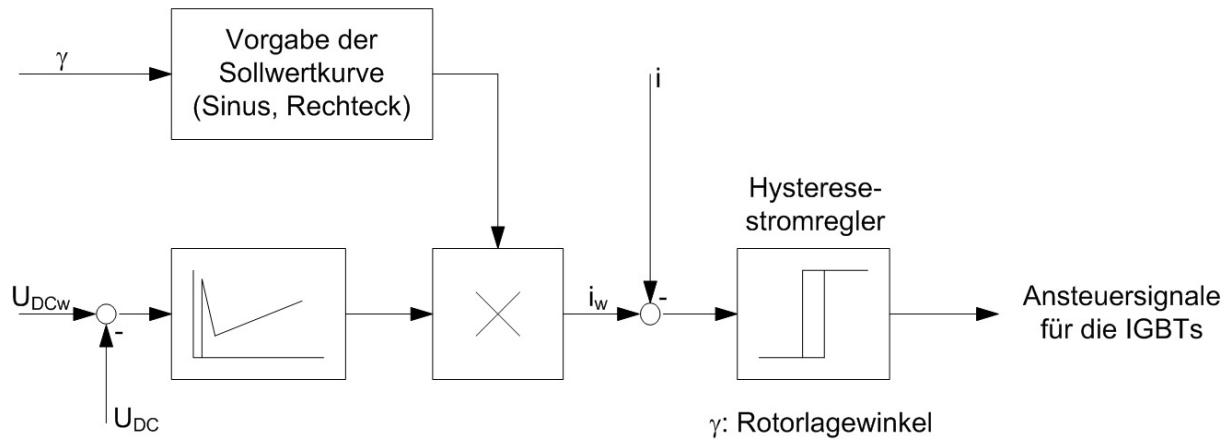


Bild 22 Regelung der Zwischenkreisspannung

Bild 23 zeigt den Soll- sowie den Istwert des Stromes eines Stranges der Maschine im Generatorbetrieb.

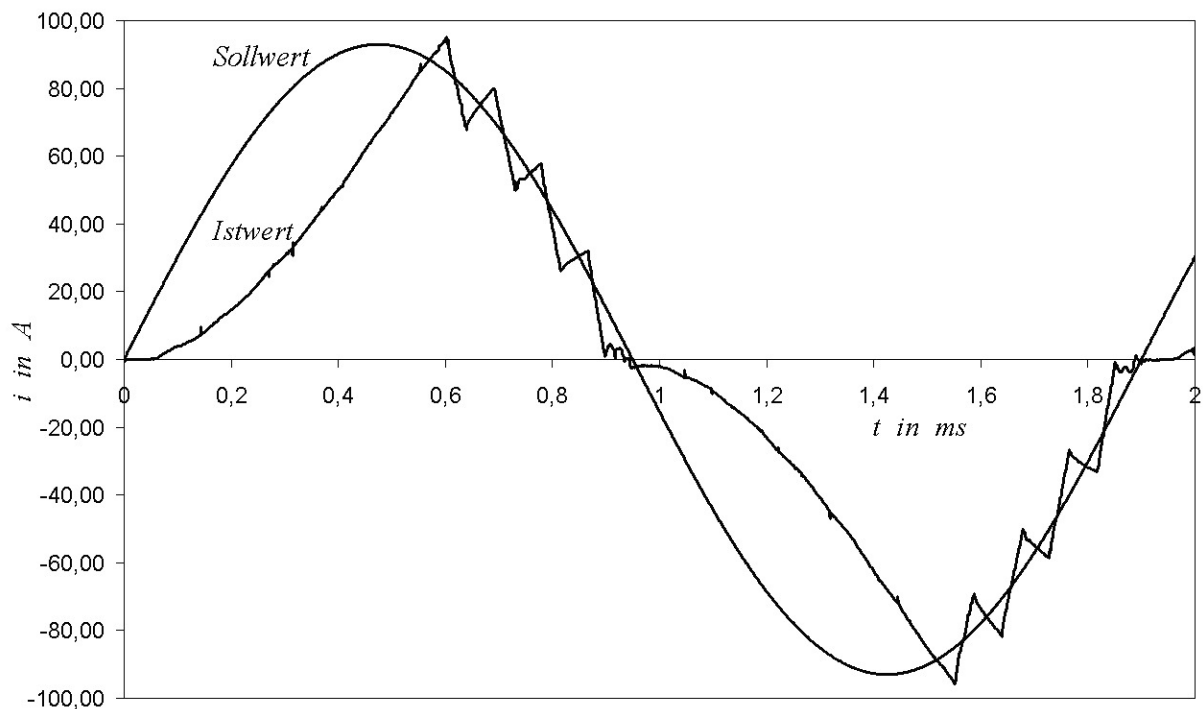


Bild 23 Strom eines Stranges im Generatorbetrieb

2.3 Das 230/400 V-Netz

Ein 400 V-Drehstromnetz zur Speisung von dreiphasigen, symmetrischen und in Stern geschalteten Lasten wird vorwiegend durch den dreiphasigen Pulswechselrichter (PWR) realisiert. Den prinzipiellen Aufbau eines PWR zeigt **Bild 24**.

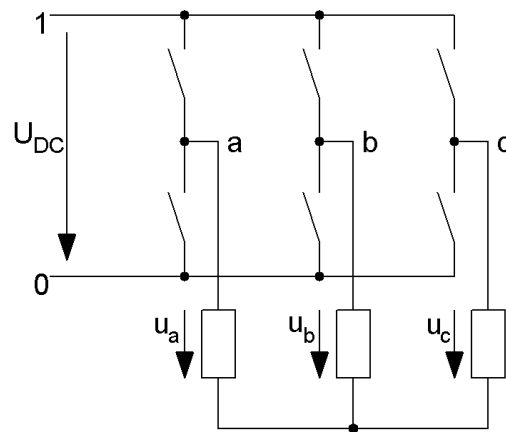


Bild 24 Prinzipschaltbild eines dreiphasigen Pulswechselrichters

Zur Ansteuerung der Transistoren können u.a. das Unterschwingungsverfahren oder das Raumzeigerverfahren verwendet werden.

Um nun auch unsymmetrische bzw. einphasige Lasten versorgen zu können, muss das dreiphasige System um einen weiteren Brückenweig erweitert werden, an den der Neutraleiter angeschlossen wird. **Bild 25** zeigt das zugehörige Schaltbild, erweitert um einen Ausgangsfilter, um eine sinusförmige Spannung zu erhalten, sowie die Last.

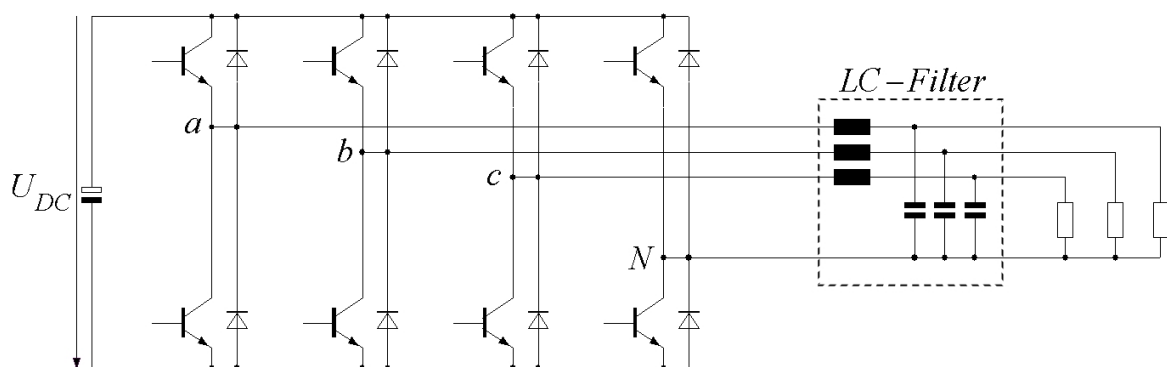


Bild 25 Schaltbild Wechselrichter mit belastbarem Neutraleiter

Die Ansteuersignale für die Schaltelemente werden durch das Raumzeigerverfahren erzeugt. Für den Brückenweig des Neutralleiters muss dieses Verfahren erweitert werden. Ausgehend von einer symmetrischen Last zeigt **Bild 26** den Raumzeiger z , der auf $2/3$ der Zwischenkreisspannung U_{DC} bezogen ist. Dieser Raumzeiger wird in jedem der 6 Sektoren gebildet durch den linken Raumzeiger z_L , den rechten Raumzeiger z_R sowie dem Nullraumzeiger z_0 ([Blü95], [Mey90]).

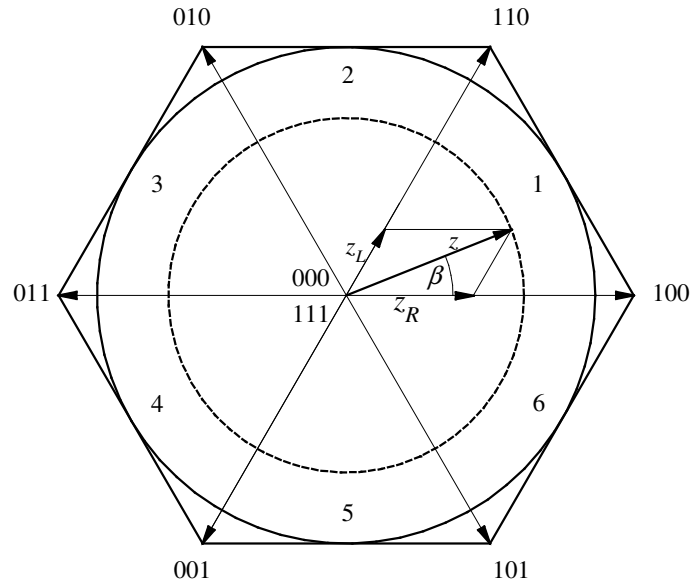


Bild 26 Raumzeigerverfahren

Die zugehörigen relativen Schaltzeiten betragen für den linken Raumzeiger

$$z_L = \frac{T_L}{T_i} = \frac{2}{\sqrt{3}} z \sin \beta \quad (38)$$

und für den rechten Raumzeiger

$$z_R = \frac{T_R}{T_i} = \frac{2}{\sqrt{3}} z \sin \left(\frac{\pi}{3} - \beta \right) \quad (39)$$

und damit für den Nullraumzeiger

$$z_0 = \frac{T_0}{T_i} = 1 - (z_L + z_R) \quad (40)$$

Das zugehörige Schaltschema zeigt **Bild 27**. Es wird eine doppelte Taktperiode verwendet, weil dadurch Schaltvorgänge eingespart werden können und sich somit die Schaltverluste verringern. Dabei bedeutet der Schaltzustand 1 eines Brückenzeiges, dass der obere Schalter geschlossen ist, während beim Schaltzustand 0 dies für den unteren Schalter der Fall ist.

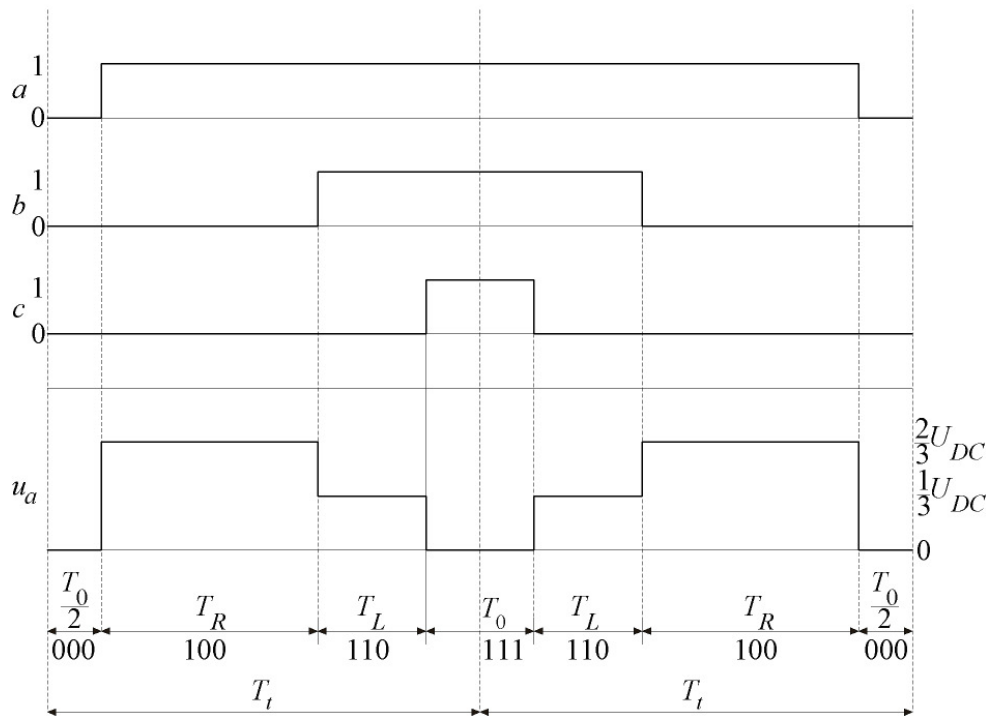


Bild 27 Schaltschema bei symmetrischer Last

Um nun auch eine unsymmetrische bzw. einphasige Last betreiben zu können, muss der 4. Zweig für den Neutralleiter in geeigneter Weise angesteuert werden. Dazu wird eine einphasige Last betrachtet, die an die Phase a und den Neutralleiter angeschlossen ist. Der Schaltzustand des Brückenzeiges a ist durch das Raumzeigerverfahren vorgegeben. Der Schaltzustand des Brückenzeiges des Neutralleiters (N) muss so gesteuert werden, dass u_a und u_N dieselbe Grundschiwingung aufweisen. Das bedeutet, dass die Spannungszeitflächen beider Spannungen innerhalb einer Taktperiode gleich sein müssen. Brückenzeig a bildet zusammen mit Brückenzeig N eine H-Brücke (**Bild 28**). In Abhängigkeit der einzelnen Schaltzustände zeigt **Tabelle 1** die zugehörige Spannung u_{aN} .

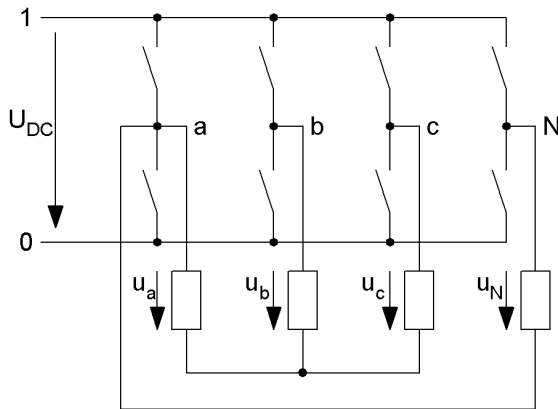


Bild 28 Einphasige Belastung: H-Brücke

Schaltzustand	Spannung u_{aN}
0 0	0
0 1	$+U_{DC}$
1 0	$-U_{DC}$
1 1	0

Tabelle 1 Spannung u_{aN}

Mit der Spannungszeitfläche der Spannung u_a aus Bild 27 ergibt sich für die Spannungszeitfläche des Neutralleiters:

$$U_{DC}T_N = \frac{2}{3}U_{DC}T_R + \frac{1}{3}U_{DC}T_L \quad (41)$$

Nach **Bild 29** ist somit der obere Schalter der Halbbrücke des Neutralleiters nach einer Zeit von

$$T_{N1} = \frac{T_0}{2} + \frac{2}{3}T_R + \frac{1}{3}T_L \quad (42)$$

einzuschalten. Wegen

$$\frac{T_0}{2} = \frac{T_t}{2} - \left(\frac{T_R}{2} + \frac{T_L}{2} \right) \quad (43)$$

erhält man endgültig

$$T_{N1} = \frac{T_t}{2} + \frac{T_R - T_L}{6} \quad (44)$$

für den Zeitpunkt des Einschaltens.

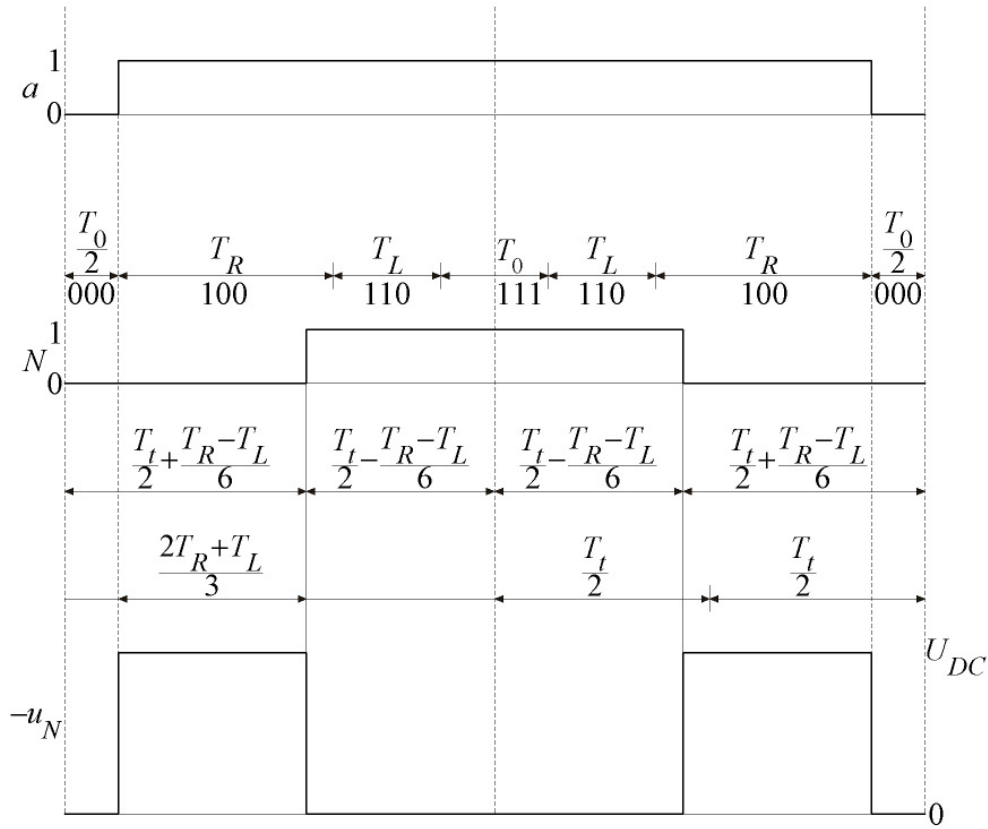


Bild 29 Schaltschema für unsymmetrische Last

Die relative Einschaltdauer für den unteren Schalter beträgt

$$z_{N0} = \frac{1}{2} + \frac{z_R - z_L}{6} \quad (45)$$

und die relative Einschaltdauer für den oberen Schalter damit

$$z_{N1} = \frac{1}{2} - \frac{z_R - z_L}{6} \quad (46)$$

Dies gilt für alle ungeradzahligen Sektoren. Für die geradzahligen Sektoren sind die Vorzeichen vertauscht. In diesem Fall ist die relative Einschaltdauer der unteren Schalter

$$z_{N0} = \frac{1}{2} - \frac{z_R - z_L}{6} \quad (47)$$

und die der oberen Schalter

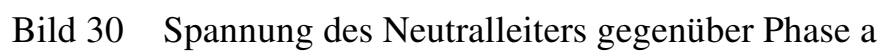
$$z_{N1} = \frac{1}{2} + \frac{z_R - z_L}{6} \quad (48)$$

In **Tabelle 2** sind die Einschaltdauern der einzelnen Sektoren für den unteren (N=0) bzw. oberen Schalter (N=1) aufgeführt.

Sektor	N=0	N=1
1	$\frac{T_i}{2} + \frac{T_R - T_L}{6}$	$\frac{T_i}{2} - \frac{T_R - T_L}{6}$
2	$\frac{T_i}{2} - \frac{T_R - T_L}{6}$	$\frac{T_i}{2} + \frac{T_R - T_L}{6}$
3	$\frac{T_i}{2} + \frac{T_R - T_L}{6}$	$\frac{T_i}{2} - \frac{T_R - T_L}{6}$
4	$\frac{T_i}{2} - \frac{T_R - T_L}{6}$	$\frac{T_i}{2} + \frac{T_R - T_L}{6}$
5	$\frac{T_i}{2} + \frac{T_R - T_L}{6}$	$\frac{T_i}{2} - \frac{T_R - T_L}{6}$
6	$\frac{T_i}{2} - \frac{T_R - T_L}{6}$	$\frac{T_i}{2} + \frac{T_R - T_L}{6}$

Tabelle 2 Einschaltdauern

Weil der hier vorgestellte Algorithmus auf dem Raumzeigerverfahren für ein symmetrisches dreiphasiges System aufsetzt, gelten die berechneten Schaltzeitpunkte auch für einphasige Lasten an den Phasen b oder c. Dies zeigen im Vergleich auch **Bild 30**, in dem die Spannung des Neutralleiters gegenüber Phase a, **Bild 31**, in dem die Spannung des Neutralleiters gegenüber Phase b und **Bild 32**, in dem die Spannung des Neutralleiters gegenüber Phase c dargestellt sind.



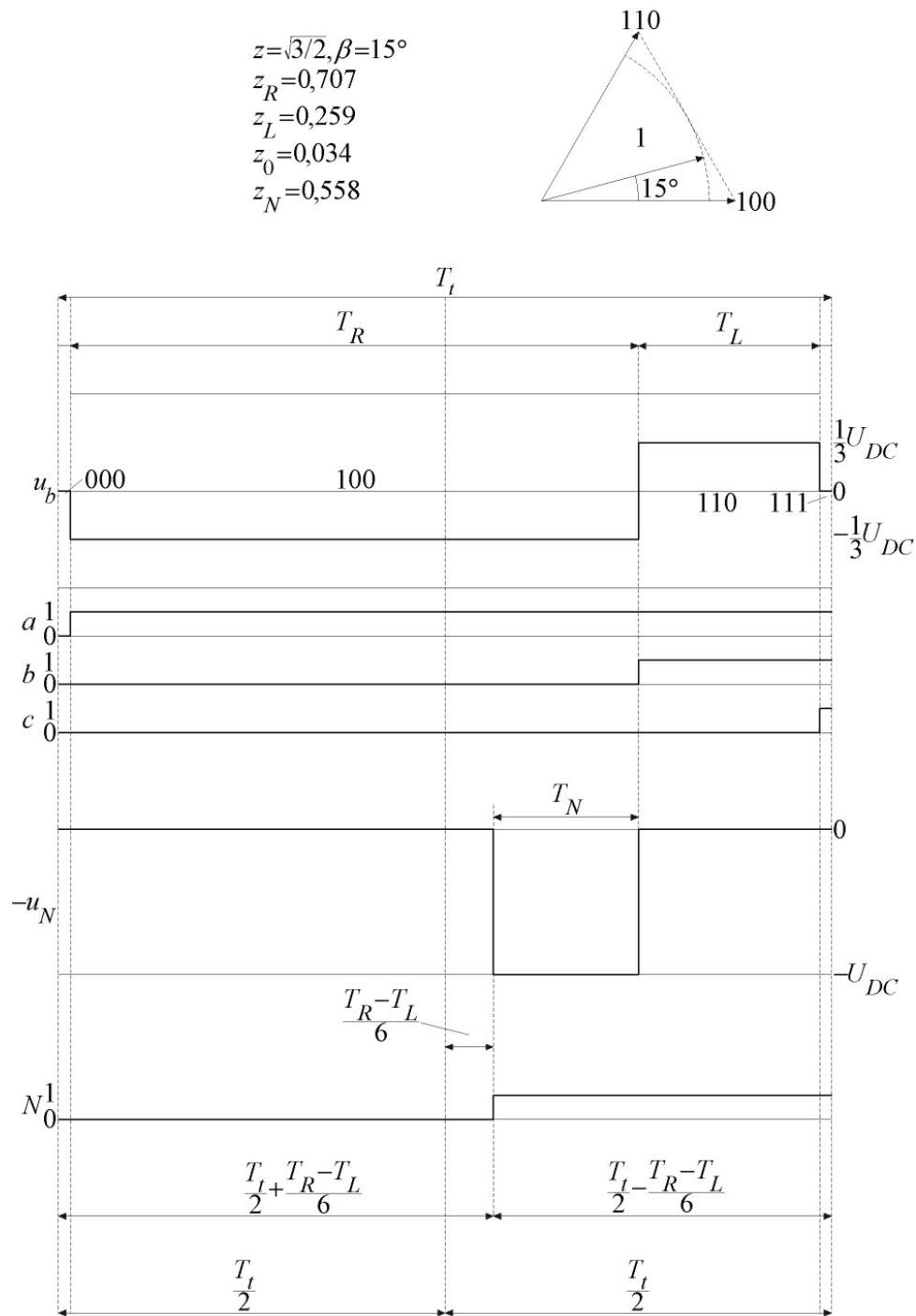


Bild 31 Spannung des Neutralleiters gegenüber Phase b

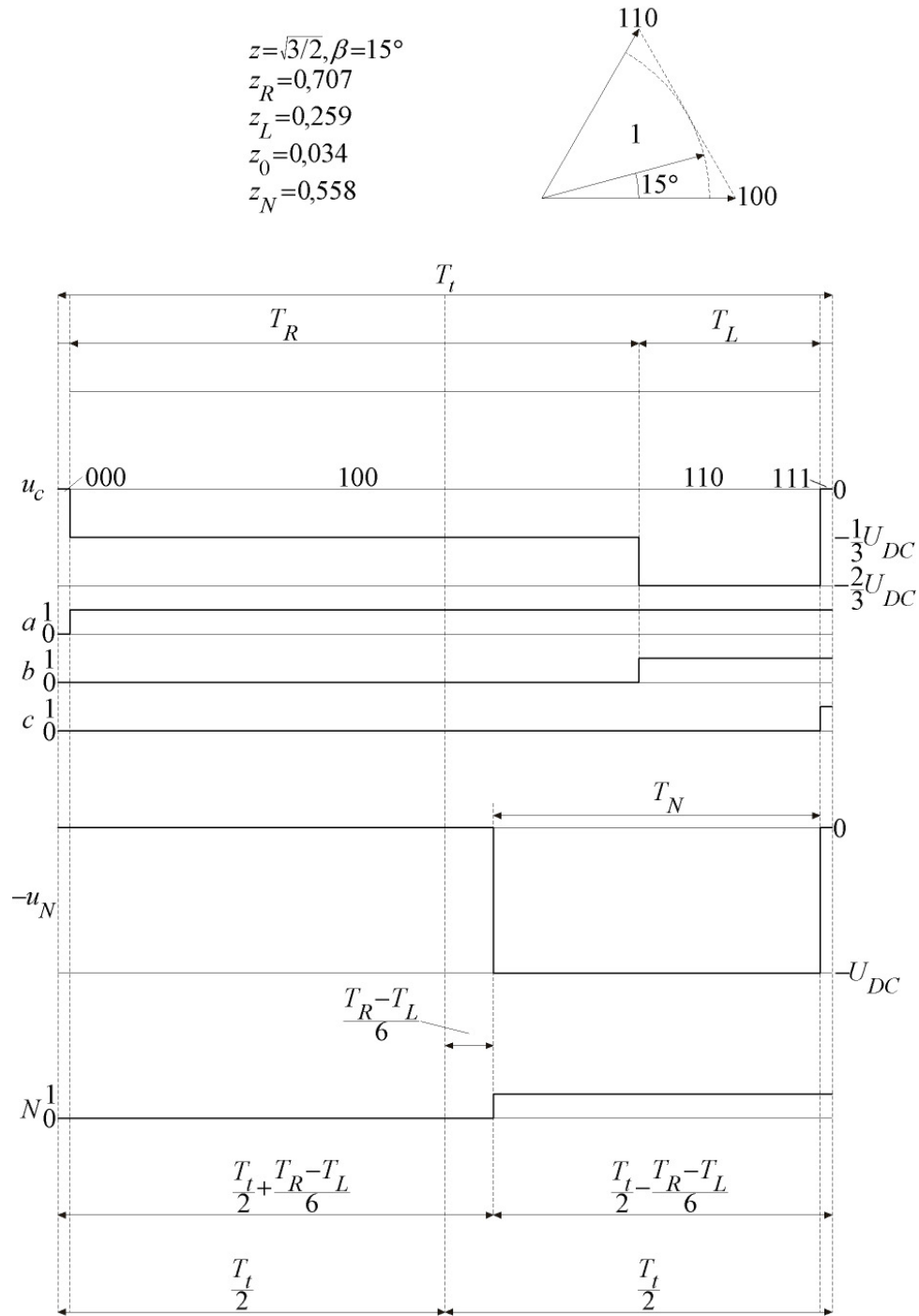


Bild 32 Spannung des Neutralleiters gegenüber Phase c

Für diesen Algorithmus wurden mit Hilfe des Simulationsprogramms Simplorer [Sim98] einige Simulationen durchgeführt. Das Ergebnis für eine einphasige Belastung eines dreiphasigen 400 V/230 V/50 Hz Spannungssystems zeigt **Bild 33**. Der verwendete Filter wurde auf eine Eckfrequenz von ca. 1 kHz ausgelegt, um die Schaltfrequenz von 15 kHz auszufiltern. Das Simulationsergebnis zeigt, dass der verwendete Algorithmus seine Funktion erfüllt.

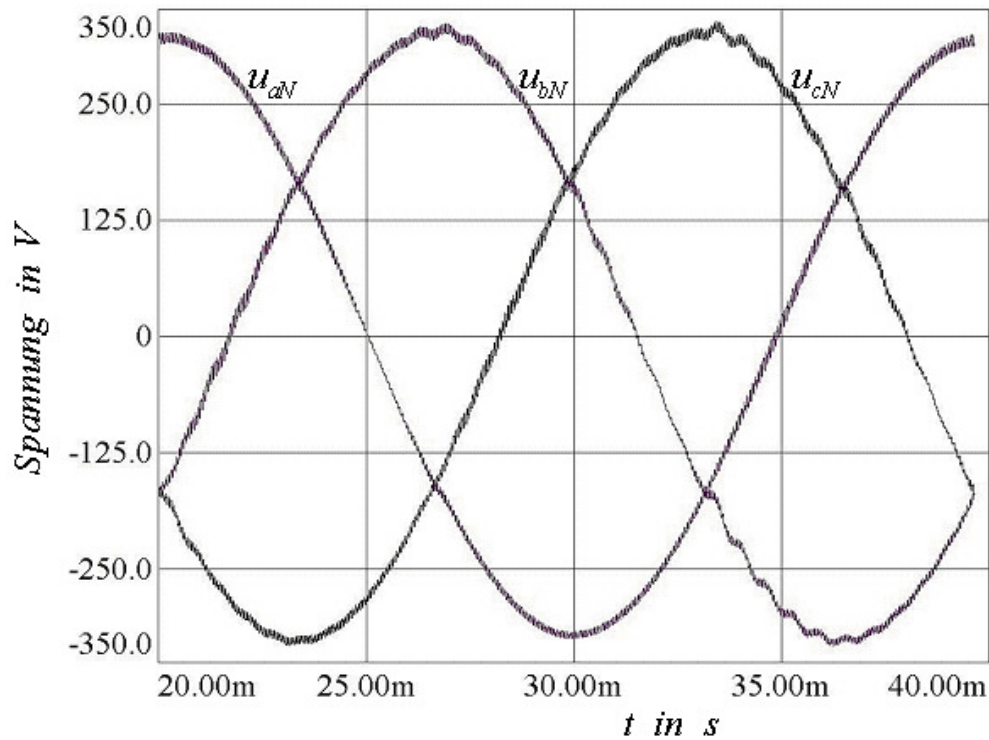


Bild 33 Simulationsergebnis für einphasige Belastung

2.4 Der DC/DC-Wandler

Der Energiefluss im DC/DC-Wandler erfolgt in beide Richtungen, der Wandler arbeitet entweder als Hochsetzsteller oder als Tiefsetzsteller.

2.4.1 Hochsetzbetrieb

Soll die Maschine als Anlasser arbeiten, wird die Batteriespannung durch einen Wechselrichter in eine Wechselspannung umgewandelt, diese wird durch einen Transformator hochtransformiert und anschließend über einen Gleichrichter in die Zwischenkreisspannung umgewandelt (**Bild 34**). Die Ausgangsspannung wird dabei nicht geregelt, sie liegt durch das Übersetzungsverhältnis des Transformators, den Innenwiderstand und die Eingangsspannung fest. Wird der höchstzulässige Strom i_{max} überschritten, wird der Wandler abgeschaltet. Mit Hilfe der Zwischenkreisspannung kann dann durch den „Aktiven Gleichrichter“, der nun als Wechselrichter arbeitet, die Maschine im Motorbetrieb gefahren werden.

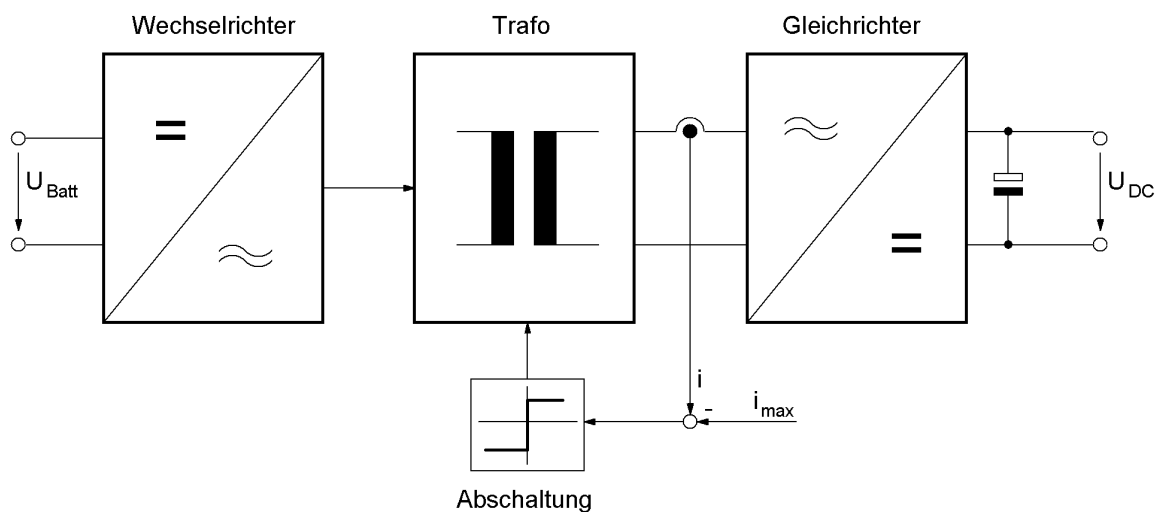


Bild 34 Funktionsschema Hochsetzbetrieb

2.4.2 Tiefsetzbetrieb

Im Tiefsetzbetrieb (**Bild 35**) wird die Zwischenkreisspannung über einen Wechselrichter in eine Wechselspannung umgewandelt, diese dann über einen Transformator in eine niedrigere Spannung transformiert und anschließend gleichgerichtet, um ein 24 V-Bordnetz zur Verfügung zu stellen und gegebenenfalls die Batterie aufzuladen. Zur Glättung der gleichgerichteten Spannung wird ein LC-Filter verwendet. Ein Spannungsregler regelt die Ausgangsspannung auf einen Wert von 28,8 V und erzeugt dazu über eine Pulsweitenmodulation (PWM) die Ansteuersignale für den Wechselrichter. Zusätzlich regelt ein Stromregler die Ausgangsspannung bei zu hohen Strömen herunter.

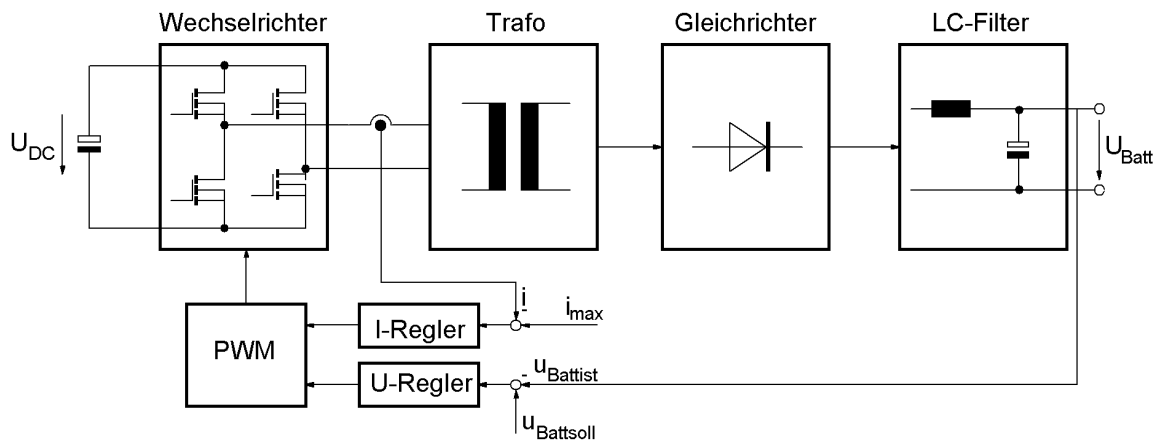


Bild 35 Funktionsschema Tiefsetzbetrieb

3 Betriebsverhalten der Maschine mit Oberflächenmagneten

Die modulare Dauermagnetmaschine ist in den Ausführungsformen von Bild 2, Bild 4 und Bild 6 eine Sonderbauform der Vollpolsynchronmaschine. Für eine erste Abschätzung des Betriebsverhaltens genügt es, die Maschine unter folgenden Vereinfachungen zu betrachten: Die ohmschen Widerstände sowie Eisenverluste und Reibungsverluste werden vernachlässigt, die Maschine wird als verlustlos angenommen. Die beiden magnetischen Leitwerte der Achsen werden als gleich angenommen, es treten also keine Reluktanzeffekte auf und somit gilt

$$L_d = L_q = L \quad (49)$$

Es werden nur die Grundwellen der Luftspaltfelder und die Grundswingungen der elektrischen und magnetischen Größen betrachtet.

Damit ergibt sich die bekannte Spannungsgleichung

$$\underline{u} = j\omega L \underline{\dot{i}} + \underline{u}_p \quad (50)$$

mit

$$\underline{u} = u_d + j u_q \quad (51)$$

$$\underline{i} = i_d + j i_q \quad (52)$$

$$\underline{u}_p = j\omega \underline{\psi}_p \quad (53)$$

In den Gleichungen werden ausschließlich Amplitudenwerte verwendet, daher wird auf eine besondere Kennzeichnung verzichtet.

Wird die Polradspannung in die positive q-Achse gelegt (der Polradfluss liegt auf der positiven d-Achse), so lautet die Spannungsgleichung für die Längskomponente

$$u_d = -\omega L i_q \quad (54)$$

bzw. für die Querkomponente

$$u_q = \omega \psi_p + \omega L i_d \quad (55)$$

Die elektrische Kreisfrequenz ist über die Polpaarzahl der Grundwelle mit der mechanischen Kreisfrequenz (und somit der Drehzahl) verknüpft.

$$\omega = p \omega_m = 2\pi p n \quad (56)$$

Für die Leistung einer m-strängigen Maschine gilt allgemein

$$P = \frac{m}{2} \operatorname{Re}\{\underline{u} \underline{i}^*\} = \frac{m}{2} (u_d i_d + u_q i_q) = \frac{m}{2} u_p i_q = M \omega_m \quad (57)$$

womit sich für das Drehmoment

$$M = \frac{m}{2} p \psi_p i_q \quad (58)$$

ergibt.

3.1 Der Betrieb der Maschine für $I < 1$

3.1.1 Der Auslegungspunkt A

Als Auslegungspunkt des Antriebs (Maschine und/oder Stromrichter) wird im allgemeinen der Punkt bezeichnet, an dem die Maschine vom Ankerstellbereich (ASB) in den Feldstellbereich (FSB) übergeht. Dieser Punkt wird entweder durch die thermische Belastbarkeit der Maschine (Dauerbetrieb) oder durch den Maximalstrom des Stromrichters (Überlast- bzw. Kurzzeitbetrieb) bestimmt. Das zugehörige Zeigerdiagramm zeigt **Bild 36**. Der Auslegungspunkt ist darin mit A gekennzeichnet. Die höchste an einem Strang zur Verfügung stehende Spannung u ergibt sich aus der Zwischenkreisspannung sowie aus der Stromrichterschaltung. Als Leerlaufdrehzahl ω_0 wird die Drehzahl bezeichnet, die im ASB maximal (bei $i = 0$) erreicht werden kann. Sie ergibt sich somit aus

$$u = \omega_0 \psi_p \quad (59)$$

Der von der Betriebsart abhängige größtmögliche Strom wird mit i bezeichnet. Im Auslegungspunkt der Maschine (mit der Drehzahl ω_A) gilt

$$u^2 = (\omega_A Li)^2 + (\omega_A \psi_p)^2 \quad (60)$$

Daraus erhält man

$$\frac{\omega_A}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{iL}{\psi_p}\right)^2}} \quad (61)$$

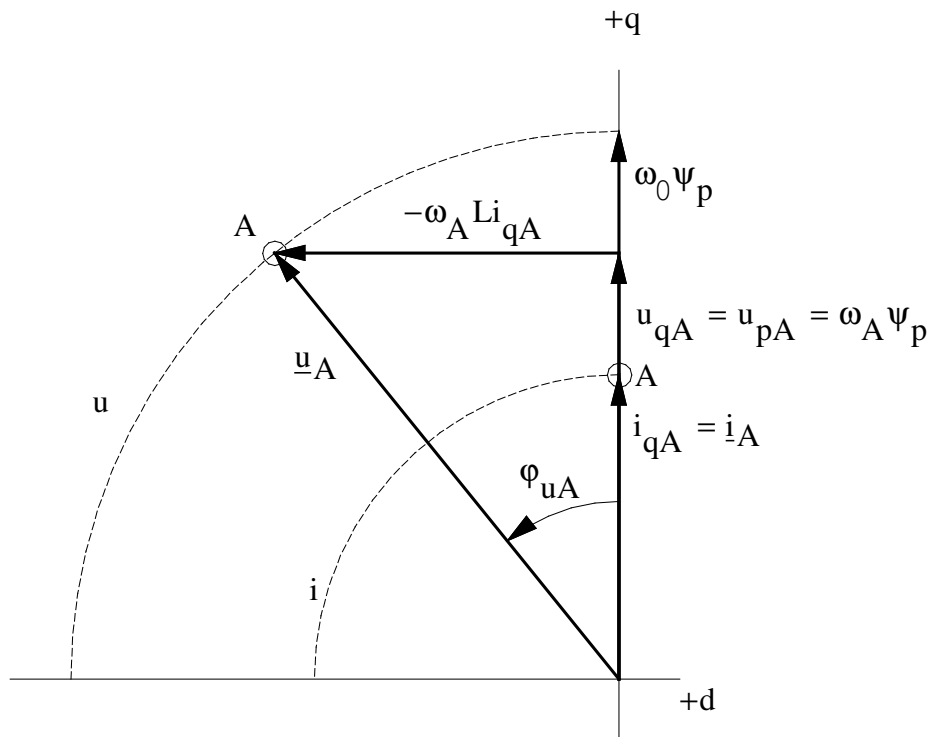


Bild 36 Zeigerdiagramm des Auslegungspunktes

Zur besseren Übersicht werden Bezugsgrößen verwendet. Als wichtigste Größe wird zunächst der Kurzschlußstrom

$$i_k = \frac{u_p}{\omega L} = \frac{\psi_p}{L} \quad (62)$$

eingeführt. Für das Drehmoment wird zweckmäßigerweise

$$M_k = \frac{m}{2} p \psi_p i_k \quad (63)$$

und für die Leistung

$$P_k = \frac{\omega_0}{p} M_k = \frac{m}{2} u i_k \quad (64)$$

als Bezugsgröße definiert. Für die bezogene Leistung gilt somit allgemein

$$\frac{P}{P_k} = \frac{\frac{m}{2} u_p i_q}{\frac{m}{2} u i_k} = \frac{\psi_p \omega i_q}{u \frac{\psi_p}{L}} = \frac{\omega L i_q}{u} = \frac{|u_d|}{u} = \pm \sin \varphi_U \quad (65)$$

In dieser Gleichung steht das positive Vorzeichen für einen positiven Querstrom $+i_q$ und somit Motorbetrieb, während ein negatives Vorzeichen einem negativen Querstrom $-i_q$ und damit Generatorbetrieb entspricht. Für beide Betriebsarten ist der Längsstrom i_d jeweils gleich: Im ASB beträgt er Null, während er im FSB in negativer Richtung eingeprägt wird. Motor und Generatorbetrieb verhalten sich also spiegelbildlich zur Längsachse. Daher genügt es, sich zur besseren Übersichtlichkeit auf den Motorbetrieb zu beschränken. Im Generatorbetrieb muss dann für die Querkomponente des Stromes das negative Vorzeichen berücksichtigt werden.

Der bezogene Strom wird mit

$$I = \frac{i}{i_k} \quad (66)$$

bezeichnet. Er darf keinesfalls mit dem Effektivwert verwechselt werden, für den in der Literatur dasselbe Formelzeichen verwendet wird, der hier jedoch nicht gemeint ist. Damit wird Gl. (61) zu

$$\frac{\omega_A}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{1+I^2}} \quad (67)$$

Die Stromkomponenten können mit

$$I_{qA} = \frac{i_{qA}}{i_k} = \frac{i}{i_k} = I \quad (68)$$

und

$$I_{dA} = \frac{i_{dA}}{i_k} = 0 \quad (69)$$

sowie die Spannungskomponenten mit

$$U_{qA} = \frac{u_{qA}}{u} = \frac{\omega_A \psi_p}{\omega_0 \psi_p} = \frac{1}{\sqrt{1+I^2}} \quad (70)$$

und

$$U_{dA} = \frac{\omega_A Li_{qA}}{\omega_0 \psi_p} = \frac{I}{\sqrt{1+I^2}} \quad (71)$$

angegeben werden. Somit ergibt sich für das Drehmoment im Auslegungspunkt

$$\frac{M_A}{M_k} = \frac{i}{i_k} = I \quad (72)$$

und für die zugehörige Leistung

$$\frac{P_A}{P_k} = \frac{I}{\sqrt{1+I^2}} \quad (73)$$

Der Spannungswinkel, der wie der Stromwinkel auf die positive q-Achse bezogen wird, ergibt sich aus

$$\tan \varphi_{uA} = \frac{\omega_A Li_{qA}}{\omega_A \psi_p} = \frac{i}{i_k} = I \quad (74)$$

während im ASB φ_{iA} offensichtlich Null ist.

3.1.2 Der Betrieb im Feldstellbereich

Bei der Drehzahl ω_A wird (bei maximalem Strom I) die Spannungsgrenze erreicht. Um die Drehzahl weiter erhöhen zu können, müsste der Polradfluss ψ_p vermindert werden. In [Kra00] wird dazu der Rotor in mehrere Bereiche unterteilt, die gegeneinander verdreht werden. Einfacher ist es, eine Stromkomponente i_d einzuprägen, die zu einer Schwächung des Längsfeldes führt. Im Feldstellbereich gilt

$$u^2 = (\omega\psi_p + \omega Li_d)^2 + (-\omega Li_q)^2 \quad (75)$$

sowie

$$i^2 = i_d^2 + i_q^2 \quad (76)$$

Aus Gl. (75) ergibt sich, dass der Längsstrom i_d negativ sein muss, um den gewünschten Effekt zu erzielen. Eine weitere Vereinfachung der Darstellung lässt sich erreichen, indem man die Strom- und Spannungskomponenten nur betragsmäßig betrachtet. Die richtigen Vorzeichen der einzelnen Komponenten ergeben sich aus dem zugehörigen Zeigerbild. Aus den Gln. (54) und (55) wird

$$u_d = \omega Li_q \quad (77)$$

sowie

$$u_q = \omega\psi_p - \omega Li_d \quad (78)$$

und damit Gl. (75) zu

$$u^2 = (\omega\psi_p - \omega Li_d)^2 + (\omega Li_q)^2 \quad (79)$$

Zunächst sollen im FSB nur die Betriebspunkte mit dem jeweils erreichbaren maximalen Drehmoment M betrachtet werden. Im Fall $I < 1$ bedeutet das, dass für den gesamten FSB die Gleichungen (76) und (79) gelten, weil man sich sowohl an der Strom- als auch an der Spannungsgrenze befindet.

Durch Umformen und mit $u = \omega_0 \psi_p$ erhält man aus diesen Gleichungen

$$2 \frac{i_d}{i_k} = 2I_d = 1 + I^2 - \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \quad (80)$$

Zur Beschreibung des FSB wird der Faktor F eingeführt:

$$F = \frac{\omega}{\omega_A} \quad (81)$$

F gibt das Verhältnis der jeweiligen Drehzahl zu der Drehzahl am Beginn des Feldstellbereichs an und bewegt sich zwischen $F=1$ und dem Maximalwert F_D , der das Ende des FSB darstellt, bei dem die Querkomponente des Stromes und entsprechend das Drehmoment verschwindet.

Unter Berücksichtigung von Gl. (67) gilt

$$\left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 = \left(\frac{\omega_0}{\omega_A} \right)^2 \left(\frac{\omega_A}{\omega} \right)^2 = (1 + I^2) \frac{1}{F^2} \quad (82)$$

Daraus errechnen sich die Längskomponente des Stromes wegen Gl. (80) zu

$$I_d = \frac{1}{2} (1 + I^2) \left(1 - \frac{1}{F^2} \right) \quad (83)$$

und die Querkomponente des Stromes zu

$$I_q = \sqrt{I^2 - \left[\frac{1}{2} (1 + I^2) \left(1 - \frac{1}{F^2} \right) \right]^2} \quad (84)$$

Bei F_D ist $I_q = 0$ bzw. $I_d = I$ und daher

$$I = \left[\frac{1}{2} (1 + I^2) \left(1 - \frac{1}{F_D^2} \right) \right] \quad (85)$$

F_D bestimmt sich zu

$$F_D = \frac{\omega_D}{\omega_A} = \frac{\sqrt{1+I^2}}{1-I} \quad (86)$$

Die Leerlaufdrehzahl ω_0 hängt von der Spannungsgrenze u ab, die sich aus der zur Verfügung stehenden (und i. a. als konstant angenommenen) Zwischenkreisspannung ergibt. Die Drehzahl ω_A ist nach Gleichung (67) zusätzlich abhängig vom maximalen Strom I . Dieser Strom kann sich jedoch ändern (z.B. Kurzzeit- und Dauerbetrieb). Bezieht man die maximale Drehzahl auf die Leerlaufdrehzahl, erhält man eine Beziehung, die allgemein besser verwendbar ist:

$$\frac{\omega_D}{\omega_0} = \frac{1}{1-I} \quad (87)$$

Der Feldstellfaktor F_D (Gl. (86)) in Abhängigkeit von I ist in **Bild 37** dargestellt, dabei ist bereits $I > 1$ berücksichtigt, was später abgeleitet wird.

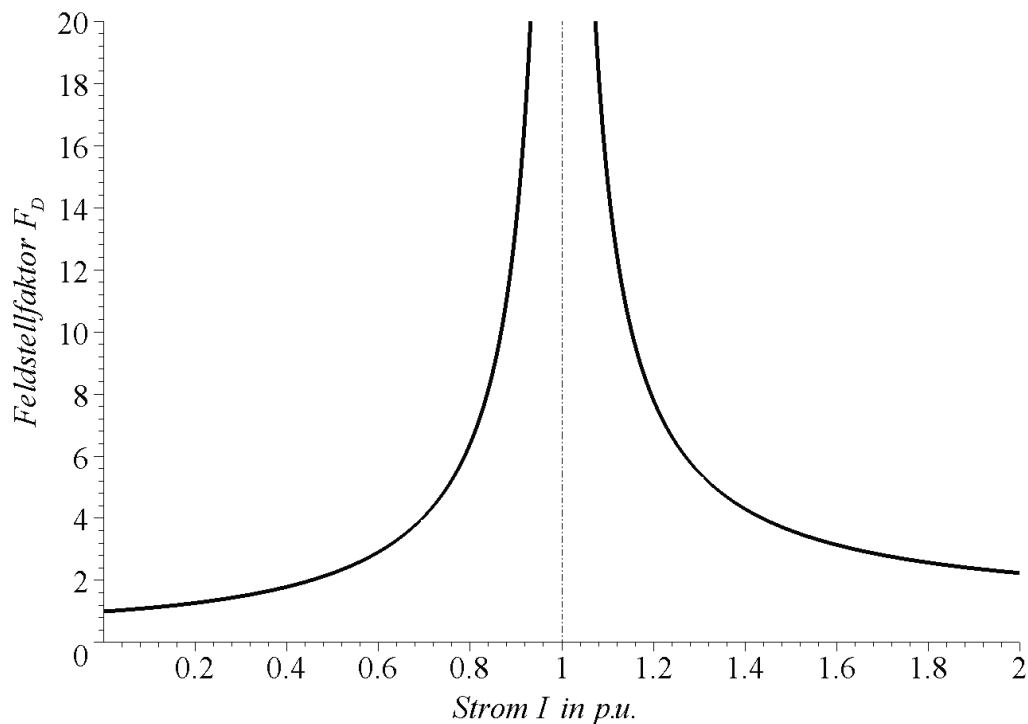


Bild 37 FSB-Faktor F_D in Abhängigkeit von I

Man erkennt daraus, dass man nur dann einen hohen Feldstellbereich erreichen kann, wenn mit einem Strom gearbeitet wird, der in der Nähe des Kurzschlussstromes liegt. Bei gegebener Stromrichterbemessungsleistung und gefordertem

Feldstellbereich kann daher bereits eine einfache Abschätzung beim Entwurf der Maschine mit Hilfe des Kurzschlussstromes erfolgen.

Dasselbe Ergebnis für F_D erhält man auch, wenn man in Gl. (79) $u_q = u$ sowie $i_d = i$ setzt:

$$u = \omega_0 \psi_p = \omega_D \psi_p - \omega_D L i \quad (88)$$

Beide Seiten geteilt durch $\omega_A \psi_p$ ergibt

$$\frac{\omega_0}{\omega_A} = \sqrt{1 + I^2} = \frac{\omega_D}{\omega_A} (1 - I) = F_D (1 - I) \quad (89)$$

woraus die Gln. (86) bzw. (87) folgen.

Für eine Regelung des Stromes ist dessen Phasenlage bezogen auf die Polradspannung notwendig. Der sich daraus ergebende Winkel wird als Steuer- bzw. Stromwinkel φ_i bezeichnet und berechnet sich aus den Stromkomponenten zu

$$\tan \varphi_i = \frac{I_d}{I_q} = \frac{\frac{1}{2}(1 + I^2) \left(1 - \frac{1}{F^2}\right)}{\sqrt{I^2 - \left[\frac{1}{2}(1 + I^2) \left(1 - F^2\right)\right]^2}} \quad (90)$$

Aus den Spannungskomponenten

$$U_d = \frac{u_d}{u} = F \frac{\sqrt{I^2 - \left[\frac{1}{2}(1 + I^2) \left(1 - \frac{1}{F^2}\right)\right]^2}}{\sqrt{1 + I^2}} \quad (91)$$

und

$$U_q = \frac{u_q}{u} = F \frac{1 - \frac{1}{2}(1 + I^2) \left(1 - \frac{1}{F^2}\right)}{\sqrt{1 + I^2}} \quad (92)$$

kann der Spannungswinkel bzw. Lastwinkel

$$\tan \varphi_u = \frac{U_d}{U_q} = \frac{\sqrt{I^2 - \left[\frac{1}{2}(1+I^2) \left(1 - \frac{1}{F^2} \right) \right]^2}}{1 - \frac{1}{2}(1+I^2) \left(1 - \frac{1}{F^2} \right)} \quad (93)$$

bestimmt werden, der ebenfalls für eine Regelung verwendet werden kann.

Für das Drehmoment gilt

$$\frac{M}{M_k} = I_q \quad (94)$$

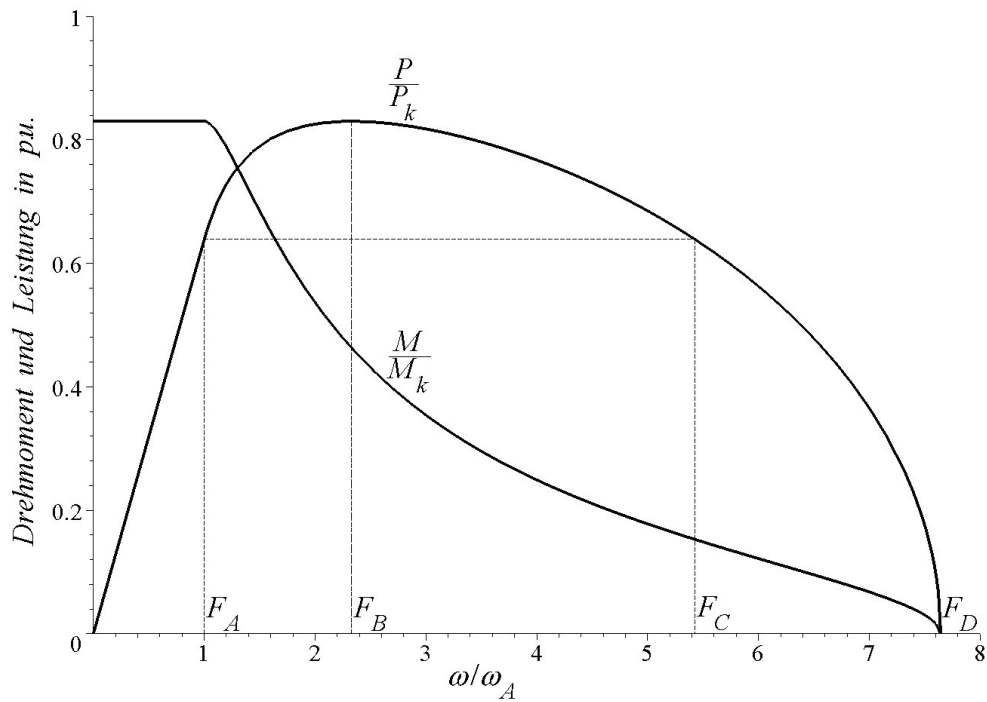
sowie für die Leistung

$$\frac{P}{P_k} = F \frac{I_q}{\sqrt{1+I^2}} \quad (=U_d) \quad (95)$$

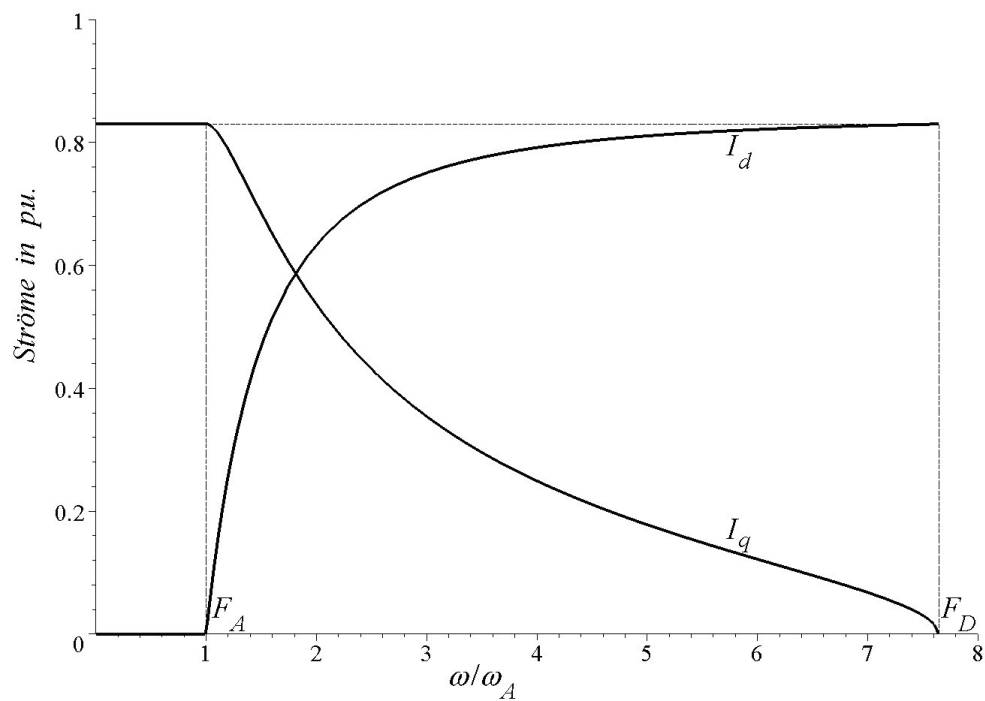
Um die wichtigsten abgeleiteten Beziehungen zu veranschaulichen, werden sie in Abhängigkeit von der bezogenen Drehzahl dargestellt (für den gesamten Drehzahlbereich, also auch $F < 1$). Dazu werden einige prägnante Punkte eingeführt, auf die später noch genauer eingegangen wird:

- A Übergang vom ASB in den FSB
- B Der Punkt, an dem die maximale Leistung erreicht wird
- C Der Punkt, an dem die Leistung derjenigen im Punkt A entspricht
- D Der Punkt der maximalen Drehzahl

Bild 38 zeigt die bezogene Leistung sowie das bezogene Drehmoment in Abhängigkeit von der bezogenen Drehzahl. Das bezogene Drehmoment liegt im ASB konstant bei $M/M_k = 0,83$ und entspricht dem Strom I , weil im ASB $I_d = 0$ ist. Ab dem Punkt A sinkt es bis zur maximalen Drehzahl (Punkt D) auf Null ab. Die bezogene Leistung steigt im ASB wegen des konstanten Drehmomentes proportional zur Drehzahl an. Mit Beginn des FSB im Punkt A erhöht sich die Leistung mit geringerer Steigung weiter bis zur maximalen Leistung im Punkt B. Ab hier fällt die Leistung mit weiter steigender Drehzahl über den Punkt C mit gleicher Leistung wie in A bis auf Null (Punkt D) ab.

Bild 38 Drehmoment und Leistung für $I = 0,83$

In **Bild 39** sind die zugehörigen Stromverläufe dargestellt. Wegen Gl. (94) entspricht der Verlauf des Querstroms dem Verlauf des Drehmomentes.

Bild 39 Stromverläufe bei $I = 0,83$

Im ASB bis zur bezogenen Drehzahl F_A nimmt die Querkomponente I_q den Maximalwert I an, während die Längskomponente I_d Null beträgt. Mit steigender Drehzahl erhöht sich der Längsstrom bis auf den Wert des Grenzstroms $I_{dD} = I = 0,83$ im Punkt D, während der Querstrom I_{qD} an diesem Punkt zu Null wird. Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass wegen der besseren Darstellung der Längsstrom I_d positiv eingezeichnet ist, aber in Wirklichkeit ein negatives Vorzeichen aufweist.

In **Bild 40** sind die Spannungskomponenten U_d und U_q dargestellt. Wegen der Gl. (95) ist der Verlauf der Längsspannung U_d identisch mit dem der bezogenen Leistung P/P_k . Beide Spannungskomponenten steigen bis zum Punkt A (ASB) proportional zur Drehzahl linear an, weil Querstrom und Polradfluss ψ_p konstant sind, während der Längsstrom gleich Null ist. Im Punkt A hat die Gesamtspannung den Wert $U = 1$ erreicht. Um die Drehzahl weiter zu erhöhen, wird das Längsfeld durch das Aufbringen eines Längsstromes geschwächt. Dadurch fällt die Spannungskomponente U_q zunächst bis zu ihrem minimalen Wert im FSB am Punkt B ab, während U_d hier seinen Maximalwert $U_{dB} = I$ erreicht, wie noch gezeigt wird. Mit weiter steigender Drehzahl fällt U_d entsprechend dem Verlauf der Leistung auf Null ab, während die Querspannung schließlich zu $U_q = 1$ wird.

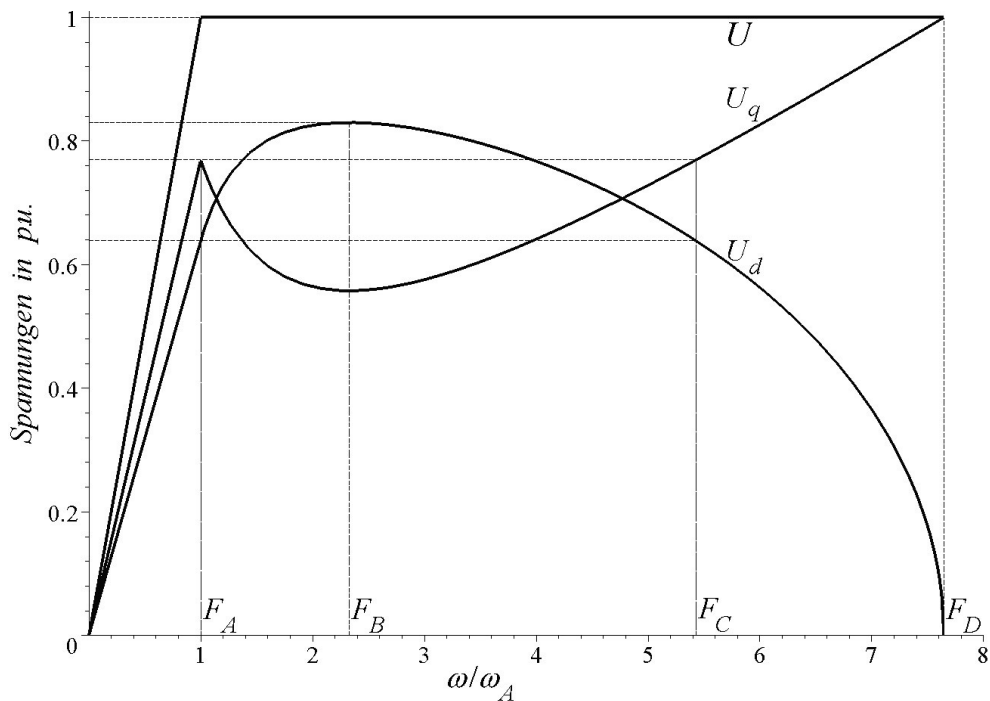


Bild 40 Spannungskomponenten für $I = 0,83$

Damit ergeben sich die Verläufe von Strom-, Spannungs- und Phasenwinkel in **Bild 41**. Der Stromwinkel φ_i steigt mit Beginn des FSB stetig bis auf den Endwert von 90° an. Der Spannungswinkel φ_u erhöht sich anfangs bis zum Punkt B, an dem er sich mit dem Stromwinkel schneidet, und fällt dann bis zum Wert Null ab. Der Phasenwinkel $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ hingegen fällt vom Punkt A ausgehend kontinuierlich bis auf -90° im Punkt D ab, wobei er die Nulllinie im Punkt B schneidet und in C betragsmäßig gleich dem Phasenwinkel im Punkt A ist.

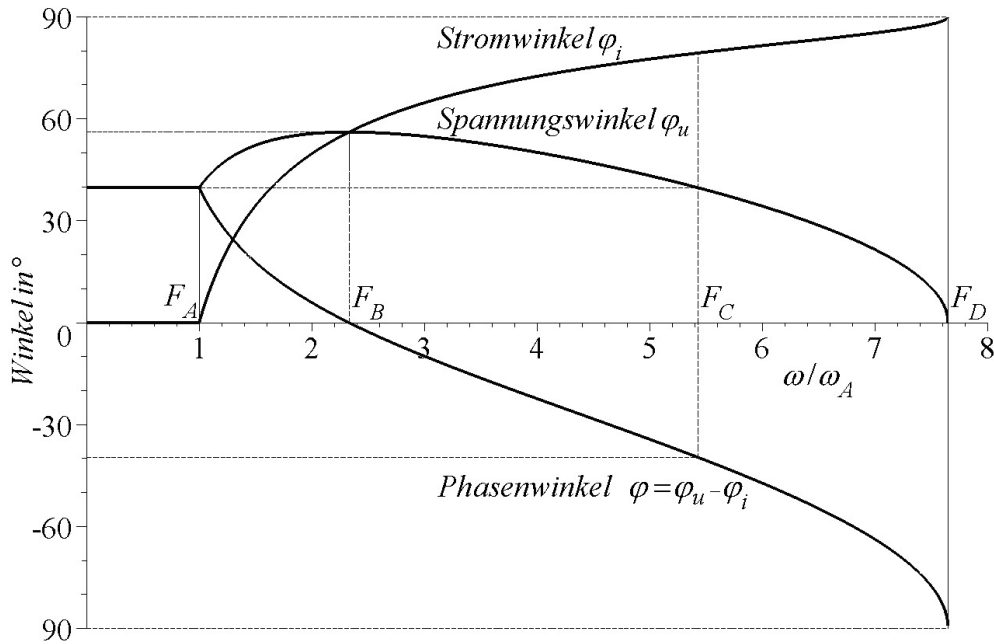


Bild 41 Stromwinkel φ_u und Spannungswinkel φ_i sowie Phasenwinkel $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ für $I = 0,83$

3.1.3 Der Betriebspunkt B der maximalen Leistung

Die größte Leistung ist dann gegeben, wenn Spannungs- und Stromraumzeiger dieselbe Richtung aufweisen, d.h. Strom- und Spannungswinkel sind gleich, **Bild 42**. Das bedeutet reinen Wirkleistungsbetrieb. Es gilt

$$\frac{I_{qB}}{1 - I_{dB}} = \frac{I_{dB}}{I_{qB}} \quad (96)$$

Daraus lässt sich mit Gl. (83) die folgende Gleichung ableiten

$$I_{dB} = I^2 = \frac{1}{2} (1 + I^2) \left(1 - \frac{1}{F_B^2} \right) \quad (97)$$

die nach F_B aufgelöst werden kann

$$F_B = \sqrt{\frac{1+I^2}{1-I^2}} \quad (98)$$

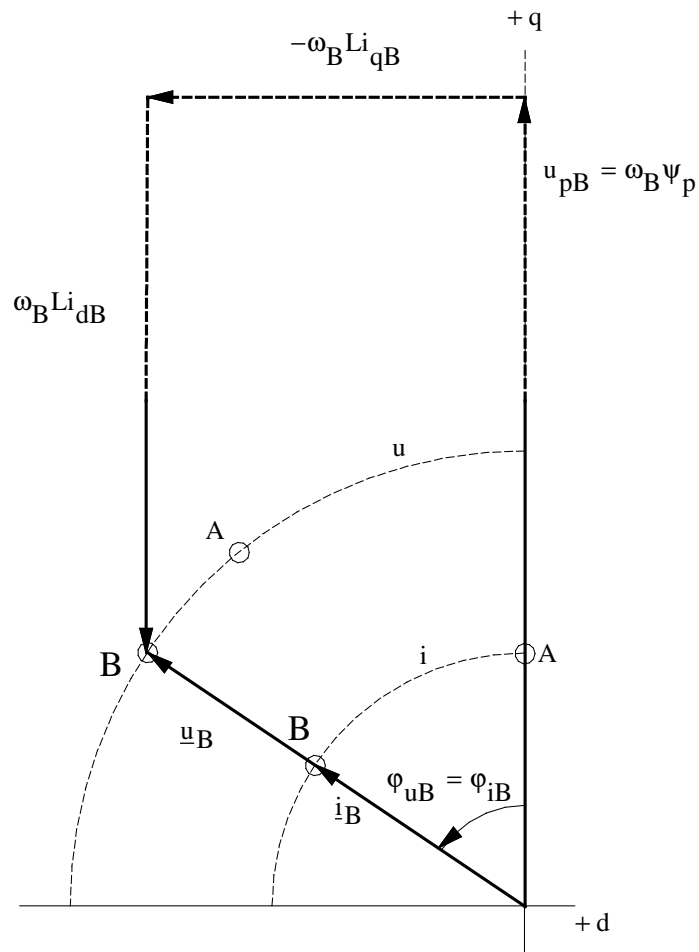


Bild 42 Zeigerdiagramm für den Betriebspunkt B (Maximale Leistung)

Damit ergeben sich die einzelnen Komponenten des Stromes

$$I_{dB} = I^2 \quad (99)$$

und

$$I_{qB} = I \sqrt{1 - I^2} \quad (100)$$

sowie der Spannung

$$U_{dB} = I \quad (101)$$

und

$$U_{qB} = \sqrt{1 - I^2} \quad (102)$$

womit Strom- und Spannungswinkel aus

$$\tan \varphi_{iB} = \tan \varphi_{uB} = \frac{I}{\sqrt{1 - I^2}} \quad (103)$$

berechnet werden können. Schließlich werden noch die bezogenen Größen von Drehmoment und Leistung angegeben:

$$\frac{M_B}{M_k} = I \sqrt{1 - I^2} \quad (104)$$

und

$$\frac{P_B}{P_k} = I \quad (105)$$

Bild 43 zeigt das auf M_k bezogene Drehmoment M_B in Abhängigkeit vom Maximalstrom I .

Indem man Gl. (104) nach I ableitet, gleich Null setzt und nach I auflöst, lässt sich der zugehörige Strom I zu $1/\sqrt{2}$ ($=0,707$) und damit das maximal erzielbare bezogene Drehmoment im Punkt B zu

$$\frac{M_B}{M_k} = 0,5 \quad (106)$$

bestimmen. Bezogen auf Punkt A lauten Drehmoment

$$\frac{M_B}{M_A} = \sqrt{1 - I^2} \quad (107)$$

und Leistung

$$\frac{P_B}{P_A} = \sqrt{1 + I^2} \quad (108)$$

Der Abstand zur maximalen Drehzahl beträgt

$$\frac{F_B}{F_D} = \sqrt{\frac{1 - I}{1 + I}} \quad (109)$$

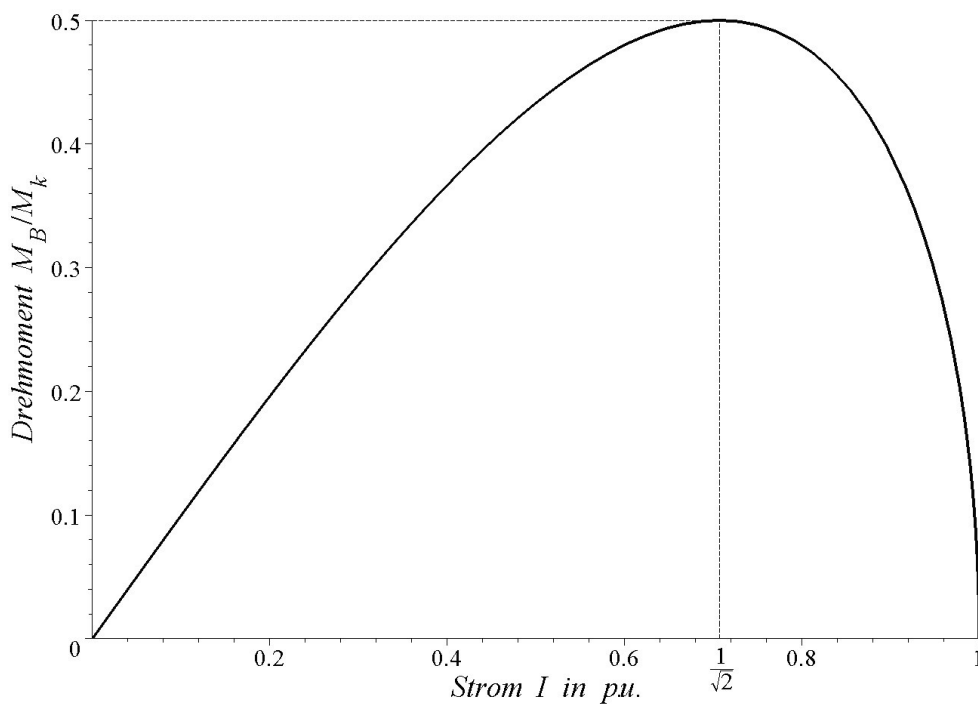


Bild 43 maximales bezogenes Drehmoment in Abhängigkeit vom Strom I im Punkt B

Wie man später noch sieht, sind für den Fall $I > 1$ beim Maximum der Leistung die beiden Winkel φ_u und φ_i nicht in Phase. Deshalb wird jetzt gezeigt, dass

$\varphi_u = \varphi_i$ für $I < 1$ zutrifft. Aus Gl. (65) erkennt man, dass die maximale Leistung beim größten Spannungswinkel φ_u auftritt, solange der Spannungswinkel $\varphi_u \leq 90^\circ$ ist. Daher wird nun das Maximum des Spannungswinkels bestimmt. Dazu wird Gl. (93) nach F abgeleitet:

$$\begin{aligned} \frac{d \tan \varphi_u}{dF} = & - \frac{(1+I^2)^2 \left(1 - \frac{1}{F^2}\right)}{\sqrt{4I^2 - (1+I^2)^2 \left(1 - \frac{1}{F^2}\right)^2} \left(1 - \frac{1}{2}(1+I^2) \left(1 - \frac{1}{F^2}\right)\right) F^3} \\ & + \frac{\frac{1}{2} \sqrt{4I^2 - (1+I^2)^2 \left(1 - \frac{1}{F^2}\right)^2} (1+I^2)}{\left[1 - \frac{1}{2}(1+I^2) \left(1 - \frac{1}{F^2}\right)\right]^2 F^3} \end{aligned} \quad (110)$$

Durch Nullsetzen dieser Ableitung und Auflösen nach F erhält man

$$F_{1/2} = \pm \sqrt{\frac{1+I^2}{1-I^2}} \quad (111)$$

Von Bedeutung ist nur der positive Wert. Er stimmt mit Gl. (98) überein. Berechnet man für Gl. (110) die zweite Ableitung, setzt die Lösung aus Gl. (111) ein und zeichnet den Graphen für I von 0 bis 1 auf, so erhält man **Bild 44**. Die zweite Ableitung ist immer negativ, damit ist die für F gefundene Lösung ein Maximum und der Phasenwinkel für F_B ist immer maximal, weil dessen Tangens maximal ist.

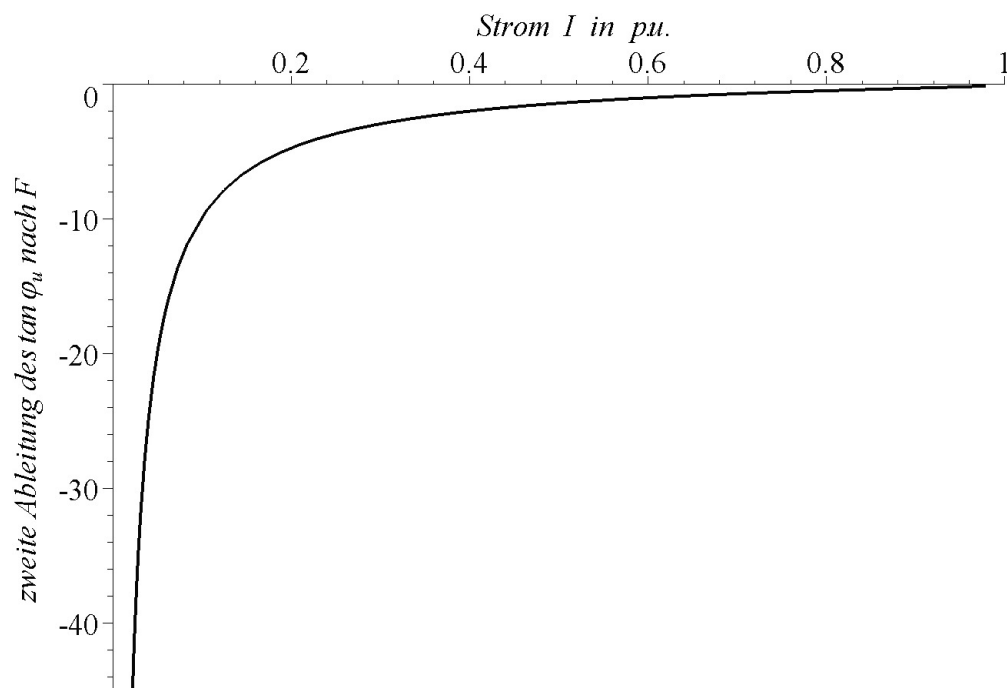


Bild 44 zweite Ableitung des $\tan \varphi_u$ im Punkt F_B für $0 < I < 1$

3.1.4 Der Betriebspunkt C mit der gleichen Leistung wie in Punkt A

Bei gleichen Amplituden von Strom i und Spannung u existiert beim FSB-Faktor F_C ein Betriebspunkt C, bei dem die gleiche Leistung wie in Punkt A auftritt, **Bild 45**.

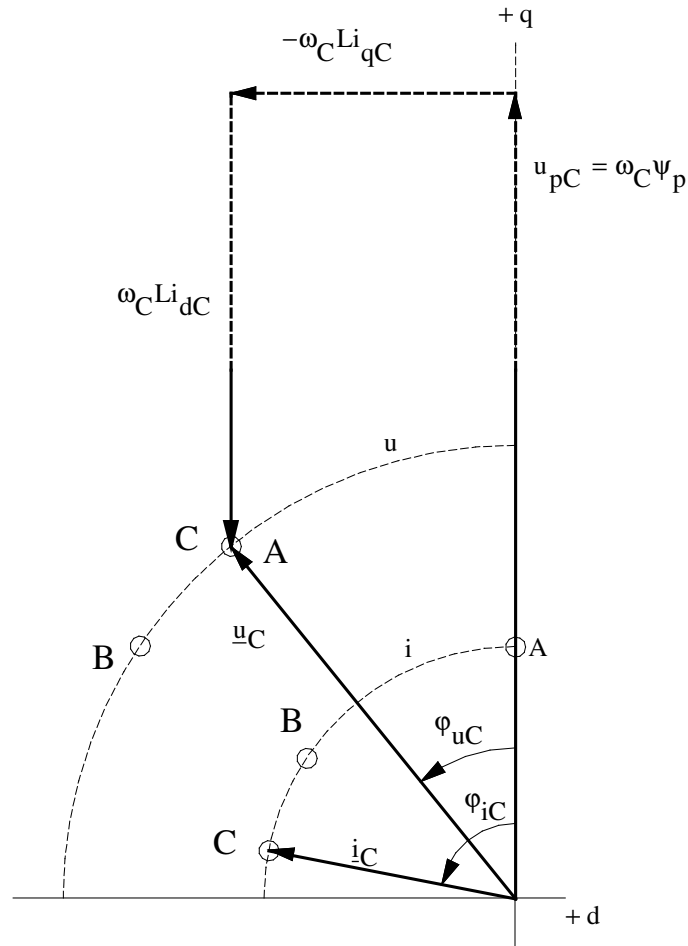


Bild 45 Zeigerbild für den Betriebspunkt C
(gleiche Leistung wie in A)

Bei den gleichen Leistungen in den Punkten A und C gilt mit Gl. (73)

$$\frac{P_A}{P_k} = \frac{I}{\sqrt{1+I^2}} = \frac{P_C}{P_k} = \frac{F_C I_{qC}}{\sqrt{1+I^2}} \quad (112)$$

woraus sich

$$F_C = \frac{1+I^2}{1-I^2} \quad (= F_B^2) \quad (113)$$

errechnet. Der Abstand zur maximalen Drehzahl lautet damit

$$\frac{F_C}{F_D} = \frac{\sqrt{1+I^2}}{1+I} \quad (114)$$

Die Stromkomponenten lauten

$$I_{dC} = \frac{2I^2}{1+I^2} \quad (115)$$

und

$$I_{qC} = I \frac{1-I^2}{1+I^2} \quad (116)$$

die Spannungskomponenten betragen

$$U_{dC} = \frac{I}{\sqrt{1+I^2}} \quad (117)$$

und

$$U_{qC} = \frac{1}{\sqrt{1+I^2}} \quad (118)$$

während sich Strom- und Spannungswinkel aus

$$\tan \varphi_{iC} = \frac{2I}{1-I^2} \quad (119)$$

und

$$\tan \varphi_{uC} = I \quad (120)$$

ergeben.

Die Leistungen in den Punkten A und C sind gleich, dies gilt auch für die Beträge von Spannung u und Strom i . Im Punkt A ist $\varphi_{iA} = 0$ und mit Gl. (74)

$$\varphi_{uA} = \arctan(I) \quad (121)$$

also

$$\varphi_A = \varphi_{uA} - \varphi_{iA} = \arctan(I) \quad (122)$$

Im Punkt C gilt für den Phasenwinkel:

$$\begin{aligned} \varphi_C = \varphi_{uC} - \varphi_{iC} &= \arctan(I) - \arctan\left(\frac{2I}{1-I^2}\right) = \\ \arctan\left(\frac{I - \frac{2I}{1-I^2}}{1 + \frac{2I}{1-I^2}I}\right) &= -\arctan(I) \end{aligned} \quad (123)$$

Es ist also

$$\varphi_C = -\varphi_A \quad (124)$$

Durch Vergleich erkennt man, dass der Spannungswinkel für die Punkte A und C gleich groß ist. Daraus folgt, dass der Stromwinkel für den Punkt C doppelt so groß wie der Spannungswinkel für den Punkt A ist:

$$\varphi_{iC} = 2\varphi_{uC} = 2\varphi_{uA} \quad (125)$$

Das bedeutet, dass sich der Spannungsraumzeiger im FSB ausgehend vom Punkt A bis zum Punkt B und anschließend wieder zurück über den Punkt C bis zum (noch zu besprechenden) Punkt D dreht, der auf der positiven q-Achse liegt. Der Stromraumzeiger hingegen dreht sich ausgehend von der q-Achse (Punkt A) bis in die d-Achse (Punkt D). Im Punkt B „überholt“ er den Spannungsraumzeiger.

Für den Betriebspunkt C lässt sich das Drehmoment zu

$$\frac{M_C}{M_k} = I \frac{1 - I^2}{1 + I^2} \quad (126)$$

bzw.

$$\frac{M_C}{M_A} = \frac{1 - I^2}{1 + I^2} \quad (127)$$

und die Leistung zu

$$\frac{P_C}{P_k} = \frac{I}{\sqrt{1 + I^2}} \quad (128)$$

bzw.

$$\frac{P_C}{P_A} = 1 \quad (129)$$

angeben.

3.1.5 Der Betriebspunkt D der maximalen Drehzahl

Bei der maximalen Drehzahl steht kein Drehmoment mehr zur Verfügung, was bedeutet, dass die Stromkomponente I_{qD} verschwindet.

$$I_{qD} = 0 \quad (130)$$

während die Stromkomponente I_{dD} gleich dem eingprägten Strom wird:

$$I_{dD} = I \quad (131)$$

vgl. **Bild 46**.

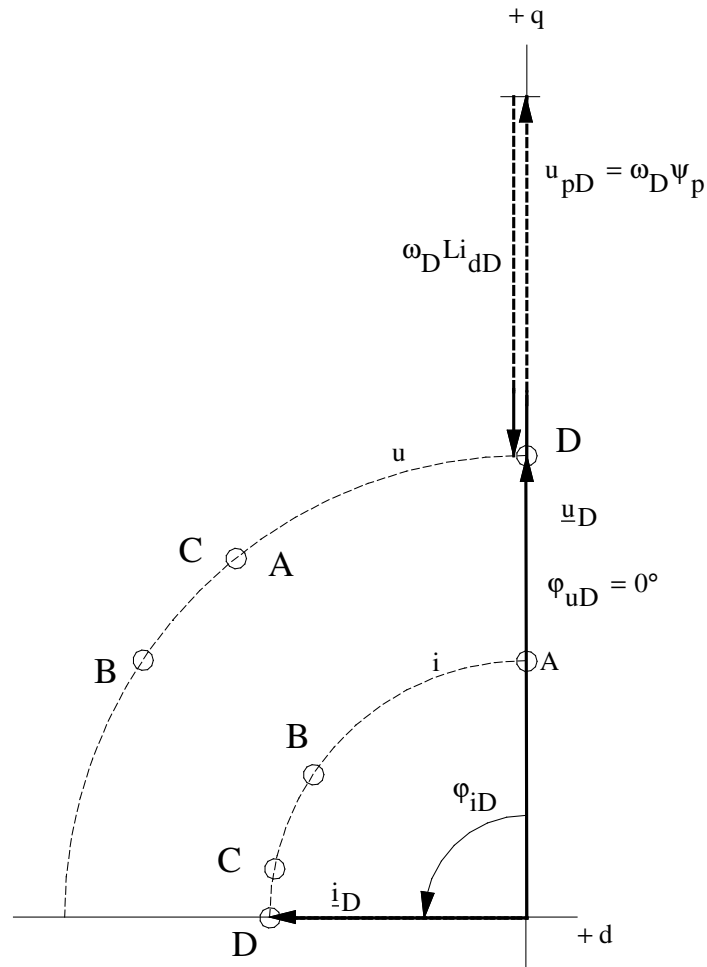


Bild 46 Zeigerbild für den Betriebspunkt D
(maximale Drehzahl)

Weiter ergibt sich

$$U_{dD} = 0 \quad (132)$$

und

$$U_{qD} = 1 \quad (133)$$

Der Stromwinkel beträgt

$$\varphi_{iD} = 90^\circ \quad (134)$$

der Spannungswinkel entsprechend

$$\varphi_{uD} = 0^\circ \quad (135)$$

Drehmoment und Wirkleistung sind nicht mehr vorhanden:

$$\frac{M_D}{M_k} = \frac{M_D}{M_A} = 0 \quad (136)$$

und

$$\frac{P_D}{P_k} = \frac{P_D}{P_A} = 0 \quad (137)$$

Spannung und Strom stehen senkrecht aufeinander, so dass nur noch (kapazitive) Blindleistung auftritt:

$$Q_D = \frac{m}{2} ui \quad (138)$$

Bis zum Punkt B ist der Motor für den Stromrichter eine Last mit induktivem Anteil (Spannung eilt dem Strom voraus), im Punkt B stellt er eine rein ohmsche Last dar, über diese Drehzahl hinaus erscheint die Last dem Stromrichter mit einer kapazitiven Komponente. **Bild 47** zeigt die einzelnen Feldstellfaktoren F_A , F_B , F_C , F_D in Abhängigkeit vom maximalen Strom I .

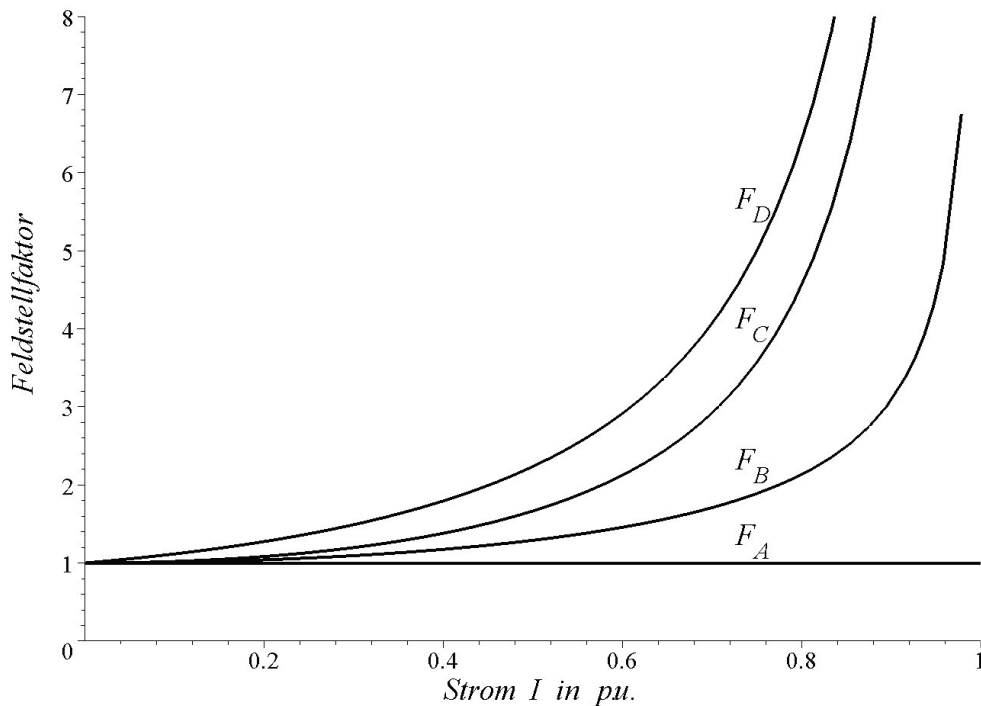


Bild 47 Feldstellfaktoren in Abhängigkeit vom Strom I

3.2 Der Betrieb der Maschine für $I > 1$

Betreibt man die Maschine mit $I > 1$ (z.B. im kurzzeitigen Überlastbereich), so ergeben sich teilweise andere Beziehungen.

3.2.1 Der Auslegungspunkt A

Der Phasenwinkel φ_{uA} ist hier stets größer als 45° , wie man auch in **Bild 48** erkennt.

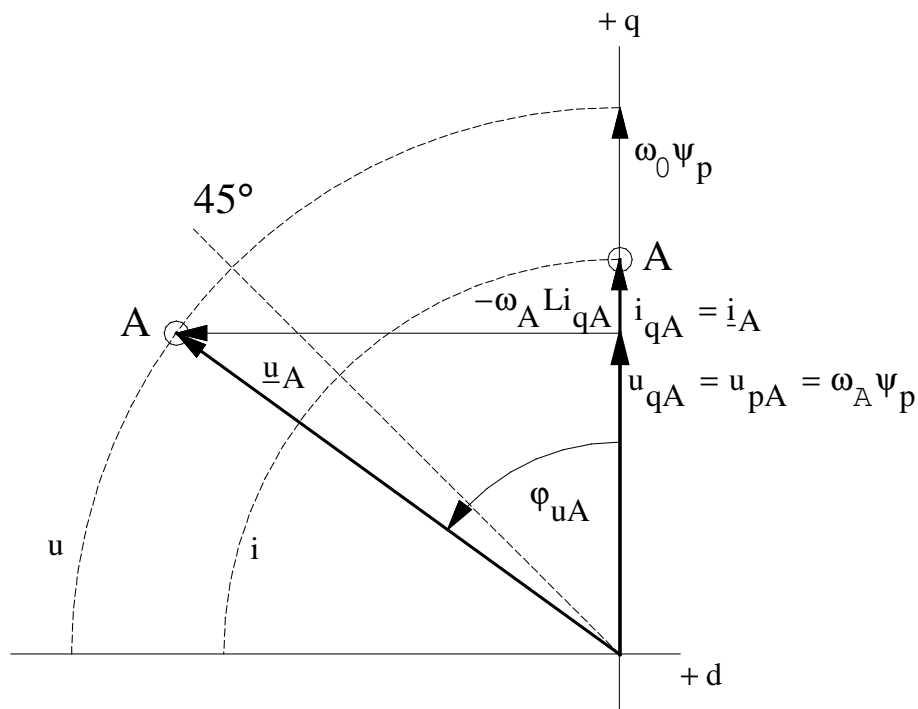


Bild 48 Zeigerbild im Betriebspunkt A für $I > 1$

Es gelten für den Punkt A dieselben Gleichungen wie für $I < 1$. Damit können die Stromkomponenten mit

$$I_{qA} = I \quad (139)$$

und

$$I_{dA} = 0 \quad (140)$$

sowie die Spannungskomponenten mit

$$U_{dA} = \frac{I}{\sqrt{1+I^2}} \quad (141)$$

und

$$U_{qA} = \frac{1}{\sqrt{1+I^2}} \quad (142)$$

angegeben werden. Der Stromwinkel beträgt wiederum

$$\varphi_{iA} = 0 \quad (143)$$

während der Spannungswinkel aus

$$\tan \varphi_{uA} = I \quad (144)$$

berechnet werden kann. Für Drehmoment und Leistung gelten die Beziehungen

$$\frac{M_A}{M_k} = I \quad (145)$$

und

$$\frac{P_A}{P_k} = \frac{I}{\sqrt{1+I^2}} \quad (146)$$

3.2.2 Der Betrieb im Feldstellbereich

Wird der Fall betrachtet, dass die Maschine im gesamten FSB sowohl an der Strom- als auch an der Spannungsgrenze arbeitet, so ergeben sich die Verläufe für Drehmoment und Leistung nach **Bild 49**.

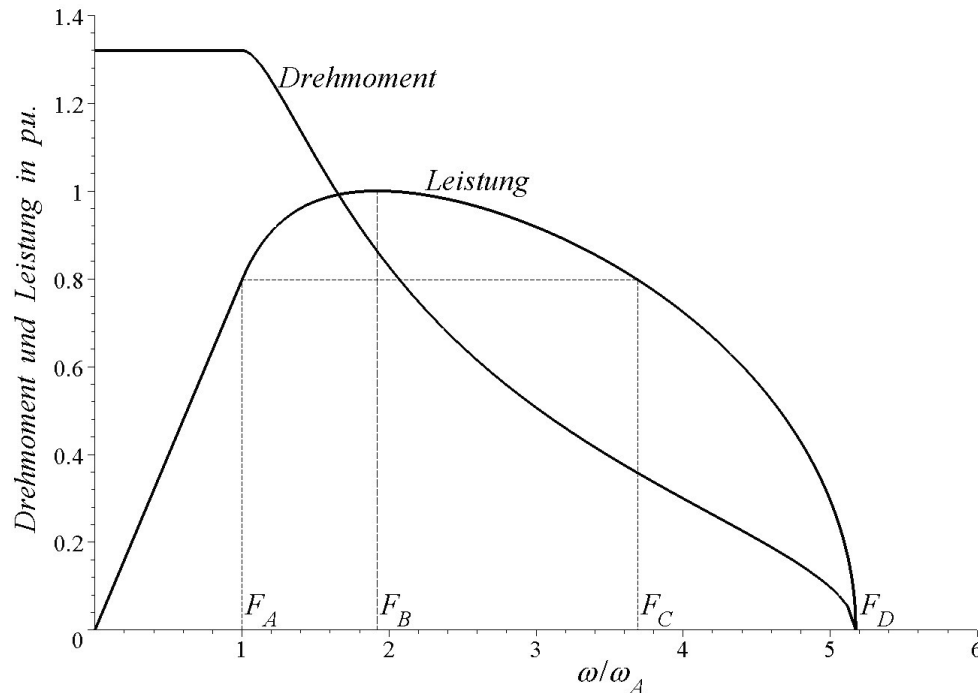


Bild 49 Drehmoment und Leistung für $I = 1,32$

Wie später noch gezeigt wird, stellt dies für $I > 1$ nicht die optimale Betriebsweise der Maschine dar. Der grundsätzliche Verlauf entspricht dem für $I < 1$. Die maximale bezogene Leistung für $I > 1$ beträgt $P_B / P_k = 1$. Für $I < 1$ erreichte sie den Wert $P_B / P_k = I$. Der FSB wird für $I > 1$ kleiner als für $I < 1$, die absolute Drehzahl ω_A ist ebenfalls kleiner. Die Verläufe von Längs- und Querstrom zeigt **Bild 50**. Sie entsprechen den Verläufen für $I < 1$. Bei den Spannungen (**Bild 51**) unterscheiden sich die Kurvenformen. Während sich die Komponenten U_d für $I > 1$ und $I < 1$ ähneln (sie entsprechen der Leistung), weichen die Komponenten U_q stark voneinander ab. Für $I > 1$ wird U_q am Punkt B zu Null und erreicht mit weiter steigender Drehzahl am Punkt D den Wert $U_{qD} = -1$. Für $I < 1$ wird U_q dagegen niemals negativ. Da sich die Spannungen unterscheiden, sind auch Spannungswinkel und Phasenwinkel unterschiedlich (**Bild 52**). Für $I < 1$ dreht sich der Spannungszeiger bis zum Punkt der maximalen Leistung im Gegenuhrzeigersinn, um sich anschließend im Uhrzeigersinn bis zum Winkel $\varphi_{uD} = 0^\circ$ zurückzudrehen. Für $I > 1$ dreht sich der Winkel im

Gegenuhrzeigersinn, bis er im Punkt D den Winkel $\varphi_{uD} = 180^\circ$ erreicht hat. Der Phasenwinkel φ entspricht im ASB dem Spannungswinkel und verringert sich vom Punkt A ausgehend bis zum Punkt B auf seinen minimalen Wert φ_B und erhöht sich anschließend bis zum Punkt D auf den Wert $\varphi_D = 90^\circ$. Für $I < 1$ wird der Phasenwinkel über den Punkt B hinaus negativ.

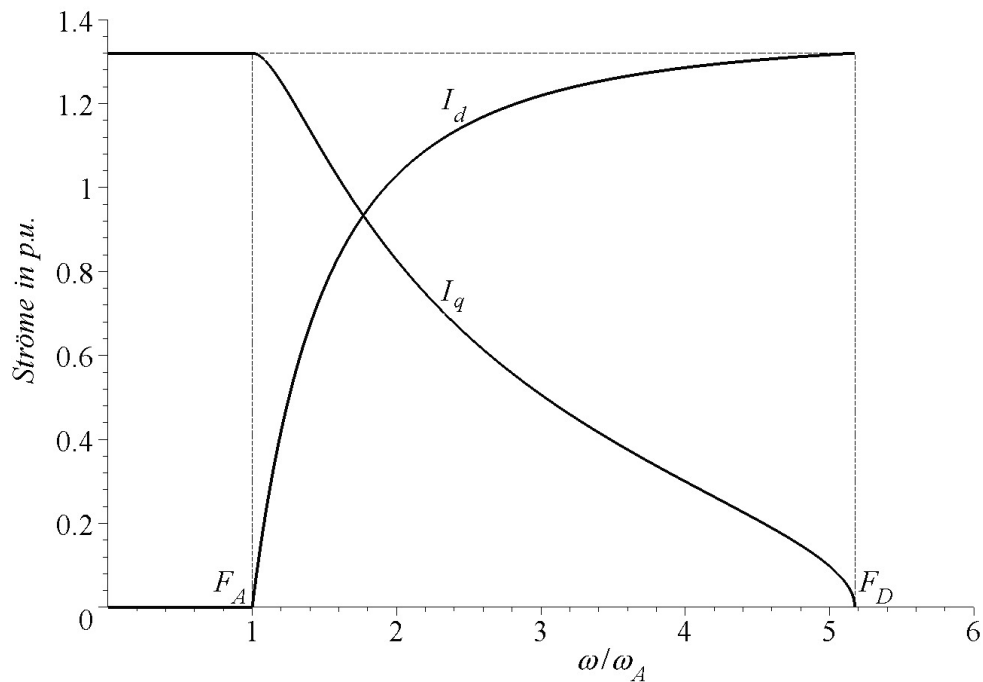


Bild 50 Stromkomponenten für $I = 1,32$

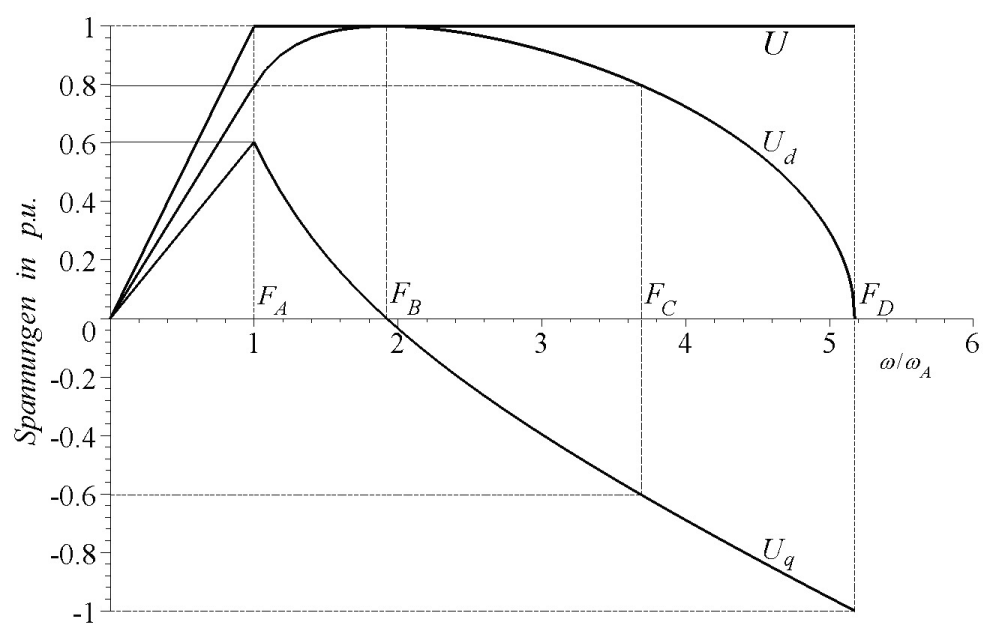
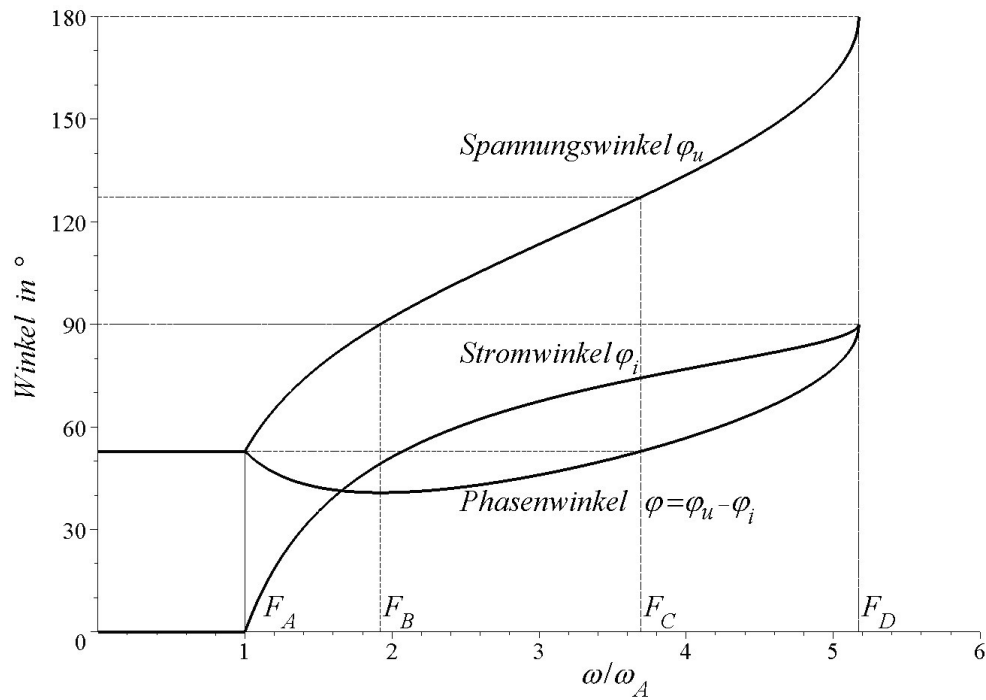


Bild 51 Spannungsverläufe für $I = 1,32$

Bild 52 Spannungswinkel-, Strom- und Phasenwinkel für $I = 1,32$

3.2.3 Der Betriebspunkt B der maximalen Leistung

Die Leistung errechnet sich aus

$$P = \frac{M \omega}{p} = \frac{m}{2} \psi_p i_q \omega \quad (147)$$

und wird dann maximal, wenn $i_q \omega$ maximal wird. Dies bedeutet wegen

$$u_d = -\omega L i_q \quad (148)$$

dass u_d seinen Maximalwert erreichen muss, was bei $\varphi_{ub} = 90^\circ$ der Fall ist,

Bild 53. Der Strom i_d entspricht dabei dem Kurzschlussstrom i_k , so dass gilt

$$I_{dB} = \frac{1}{2} (1 + I^2) \left(1 - \frac{1}{F_B^2} \right) = 1 \quad (149)$$

womit sich

$$F_B = \sqrt{\frac{I^2 + 1}{I^2 - 1}} \quad (150)$$

errechnet.

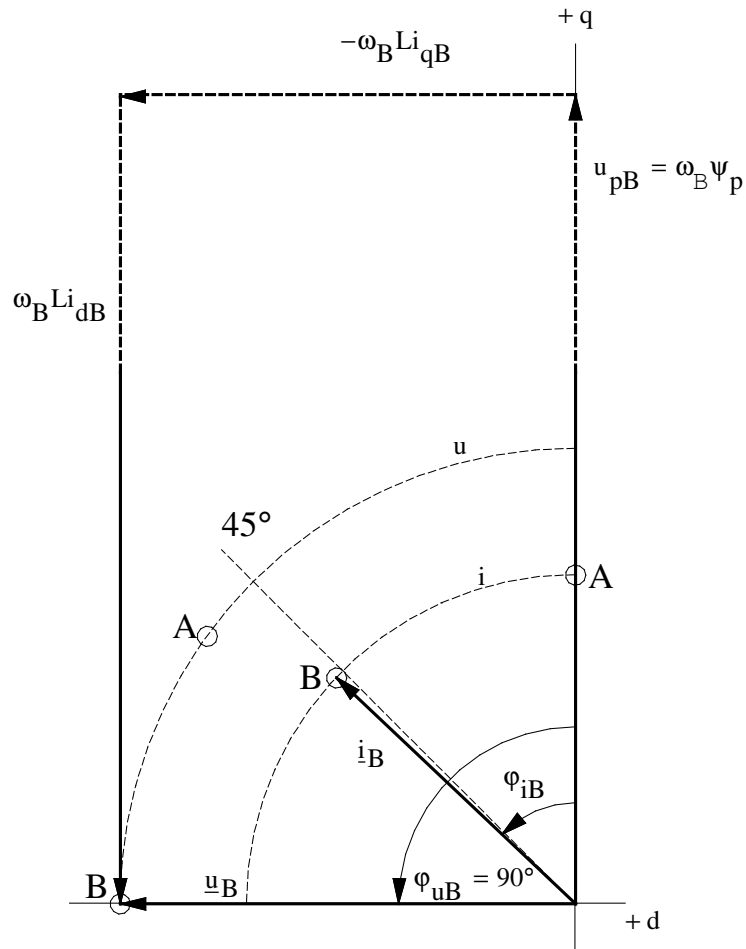


Bild 53 Zeigerbild im Betriebspunkt B für $I > 1$

Dasselbe Ergebnis erhält man, wenn man von dem Ansatz ausgeht, dass die Leistung dann am größten ist, wenn der Phasenwinkel am kleinsten wird:

$$\varphi_{uB} - \varphi_{iB} = \arctan \left(\frac{\frac{1}{2}(1+I^2)\left(1 - \frac{1}{F_B^2}\right)}{\sqrt{I^2 - \left[\frac{1}{2}(1+I^2)\left(1 - \frac{1}{F_B^2}\right)\right]^2}} \right) \quad (151)$$

$$-\arctan \left(\frac{\sqrt{I^2 - \left[\frac{1}{2}(1+I^2)\left(1 - \frac{1}{F_B^2}\right)\right]^2}}{1 - \frac{1}{2}(1+I^2)\left(1 - \frac{1}{F_B^2}\right)} \right) \rightarrow Min$$

Aus diesem Ausdruck wird die 1. Ableitung gebildet, gleich Null gesetzt und anschließend nach F_B aufgelöst. Dies führt ebenfalls zum Ergebnis aus Gleichung (150).

Der Strom I_{qB} errechnet sich wegen $I_{qB}^2 + I_{dB}^2 = I^2$ zu

$$I_{qB} = \sqrt{I^2 - 1} \quad (152)$$

Für die Spannungen gilt

$$U_{dB} = 1 \quad (153)$$

$$U_{qB} = 0 \quad (154)$$

Der Spannungswinkel beträgt wie vorher bereits erwähnt

$$\varphi_{uB} = 90^\circ \quad (155)$$

während sich der Stromwinkel errechnet aus

$$\tan \varphi_{iB} = \frac{1}{\sqrt{I^2 - 1}} \quad (156)$$

Das Drehmoment kann mit

$$\frac{M_B}{M_k} = I_{qB} = \sqrt{I^2 - 1} \quad (157)$$

oder bezogen auf den Auslegungspunkt mit

$$\frac{M_B}{M_A} = \frac{\sqrt{I^2 - 1}}{I} \quad (158)$$

die Leistung mit

$$\frac{P_B}{P_k} = 1 \quad (159)$$

bzw. mit

$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{\sqrt{I^2 + 1}}{I} \quad (160)$$

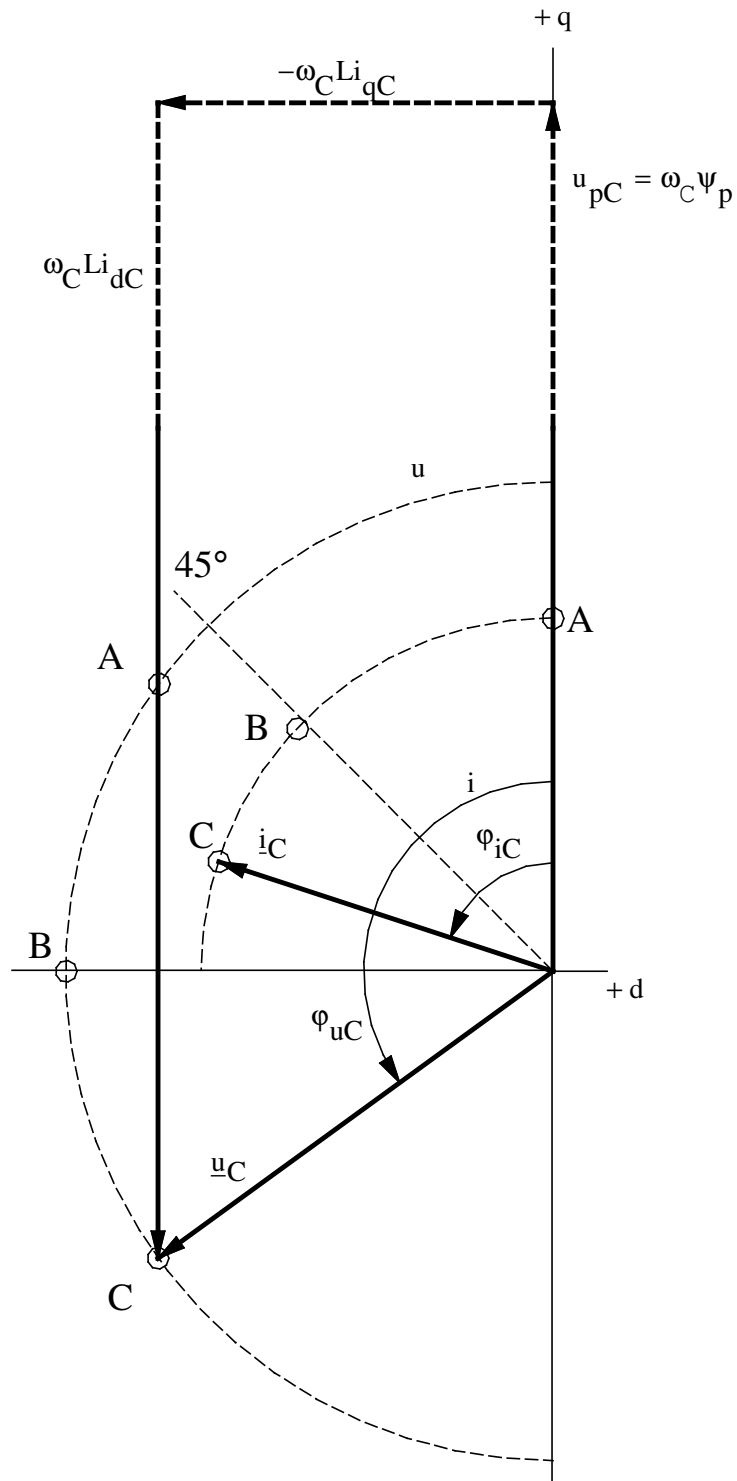
angegeben werden.

3.2.4 Der Betriebspunkt C mit der gleichen Leistung wie in Punkt A

Wiederum unter der Voraussetzung, dass die Amplituden der Grundswingungen von Strom und Spannung denjenigen im Punkt A entsprechen, lässt sich der Punkt C berechnen.

Für den Fall $I < 1$ drehte sich der Spannungsraumzeiger wieder zurück, sobald der Punkt B der maximalen Leistung erreicht wurde. Für den Fall $I > 1$ dreht er sich jedoch weiter in den 2. Quadranten hinein, **Bild 54**. Im Punkt B nimmt der Phasenwinkel $\varphi_B = \varphi_{uB} - \varphi_{iB}$ den kleinsten Wert an, um sich anschließend wieder zu vergrößern. Im Punkt C ist $\varphi_{uC} - \varphi_{iC}$ genauso groß wie φ_{uA} . Wegen Gl. (65) gilt

$$\frac{P_A}{P_k} = \frac{P_C}{P_k} = \sin \varphi_{uA} = \sin \varphi_{uC} \quad (161)$$

Bild 54 Zeigerbild im Betriebspunkt C für $I > 1$

Weil sich der Spannungsraumzeiger weiterdreht, bedeutet dies für den Spannungswinkel

$$\varphi_{uC} = \pi - \varphi_{uA} \quad (162)$$

Aus diesem Grund liegen die Punkte A und C auf einer Linie parallel zur q-Achse. Der Stromwinkel beträgt dann

$$\varphi_{iC} = \varphi_{uC} - \varphi_{uA} = \pi - 2\varphi_{uA} \quad (163)$$

Für die Spannungen folgt

$$U_{dC} = \sin \varphi_{uC} = \sin(\pi - \varphi_{uA}) = U_{dA} = \frac{I}{\sqrt{1+I^2}} \quad (164)$$

und

$$U_{qC} = \cos \varphi_{uC} = \cos(\pi - \varphi_{uA}) = -U_{qA} = -\frac{1}{\sqrt{1+I^2}} \quad (165)$$

Wegen

$$\sin \varphi_{uA} = U_{dA} = \frac{I}{\sqrt{1+I^2}} \quad (166)$$

und

$$\cos \varphi_{uA} = U_{qA} = \frac{1}{\sqrt{1+I^2}} \quad (167)$$

gilt für die Ströme

$$I_{dC} = \sin \varphi_{iC} I = \sin(\pi - 2\varphi_{uA}) I = 2 \sin \varphi_{uA} \cos \varphi_{uA} I = \frac{2I^2}{1+I^2} \quad (168)$$

sowie

$$I_{qC} = \cos \varphi_{iC} I = (\sin^2 \varphi_{uA} - \cos^2 \varphi_{uA}) I = \frac{I^2 - 1}{1 + I^2} I \quad (169)$$

Daraus leiten sich die Winkelfunktionen für den Stromwinkel

$$\tan \varphi_{iC} = \frac{2I^2}{I^2 - 1} \quad (170)$$

und für den Spannungswinkel

$$\tan \varphi_{uC} = -I \quad (171)$$

ab. Drehmoment und Leistung ergeben sich zu

$$\frac{M_C}{M_k} = \frac{I^2 - 1}{1 + I^2} I \quad (172)$$

sowie

$$\frac{P_C}{P_k} = \frac{P_A}{P_k} = \frac{I}{\sqrt{1 + I^2}} \quad (173)$$

Bezieht man Drehmoment und Leistung auf den Auslegungspunkt, so erhält man

$$\frac{M_C}{M_A} = \frac{I^2 - 1}{1 + I^2} \quad (174)$$

und

$$\frac{P_C}{P_A} = 1 \quad (175)$$

3.2.5 Der Betriebspunkt D der maximalen Drehzahl

Wiederum unter der Voraussetzung, dass die Amplituden der Grundswingungen von Strom und Spannung denjenigen im Punkt A entsprechen, lässt sich der Punkt D berechnen.

Bei der maximalen Drehzahl verschwindet das Drehmoment und somit der Querstrom

$$I_{qD} = 0 \quad (176)$$

während der Längsstrom den Wert des Maximalstroms annimmt:

$$I_{dD} = I \quad (177)$$

Weil $I > 1$ ist, wird die Polradspannung durch die Gegenerrregung überkompensiert. Die Klemmenspannung ist bei maximaler Drehzahl in Gegenphase zur Polradspannung, **Bild 55**. Somit gilt für die Spannungen

$$U_d = 0 \quad (178)$$

und

$$U_q = -1 \quad (179)$$

und für den Spannungswinkel

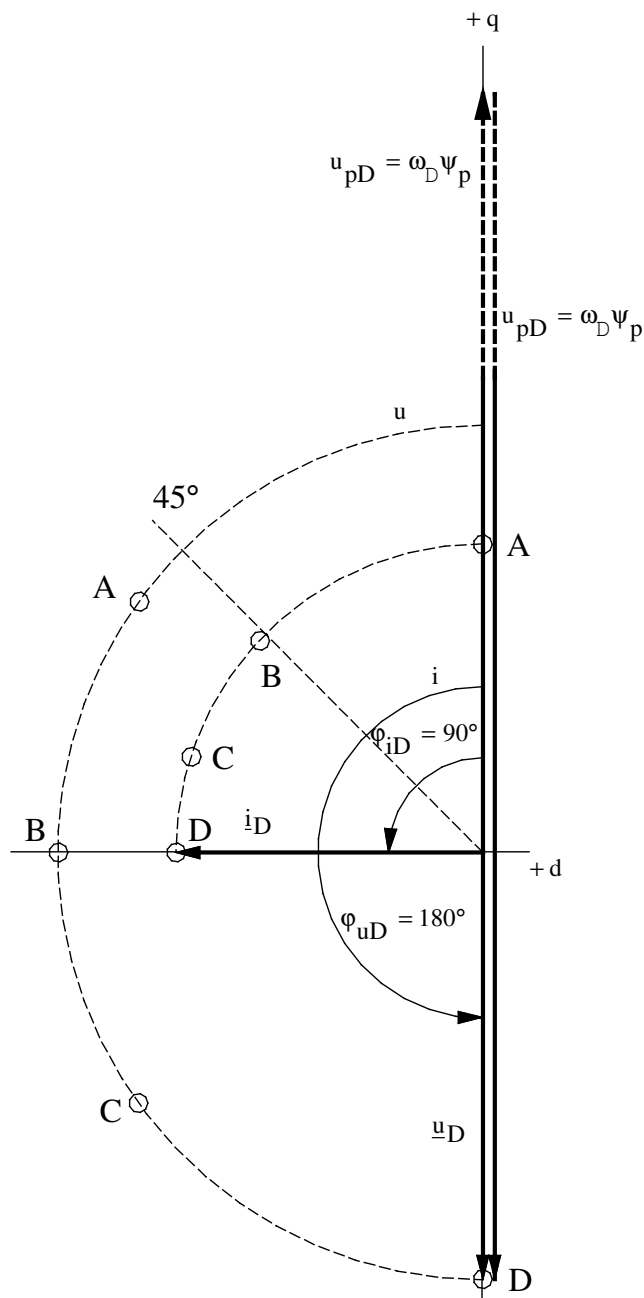
$$\varphi_{uD} = 180^\circ \quad (180)$$

bzw. für den Stromwinkel

$$\varphi_{iD} = 90^\circ \quad (181)$$

Der FSB-Faktor beträgt

$$F_D = \frac{\sqrt{I^2 + 1}}{I - 1} \quad (182)$$

$$\frac{M_D}{M_k} = 0 \quad (183)$$
$$\frac{P_D}{P_k} = 0 \quad (184)$$
Bild 55 Zeigerbild im Betriebspunkt D für $I > 1$

Wie bei $I < 1$ wird nur Blindleistung erzeugt. Während jedoch für $I < 1$ beim Erreichen des Punktes B die Belastung für die Quelle von induktiv nach kapazitiv wechselt, ist für den Fall $I > 1$ die Belastung für die Spannungsquelle immer induktiv.

3.2.6 Der Feldstellbereich mit konstanter Maximalleistung

Für den Fall $I > 1$ liegt das Maximum der Leistung im Punkt B; dabei eilt die Klemmenspannung der Polradspannung um 90° voraus. Die Längskomponente des Stromes ist in diesem Fall gleich dem Kurzschlussstrom, d.h. $I_{dB} = 1$. Dadurch wird die Polradspannung vollständig kompensiert.

Um nun die Maximalleistung konstant zu halten, muss mit steigender Drehzahl der Spannungsraumzeiger in dieser Lage gehalten werden, **Bild 56**. Wegen

$$P = \frac{M\omega}{p} = \frac{m}{2} \psi_p i_q \omega \quad (185)$$

muss dazu der Querstrom I_q , ausgehend von $I_{qB} = \sqrt{I^2 - 1}$, mit steigender Drehzahl proportional verringert werden, während die d-Komponente konstant bei

$$I_d^* = 1 \quad (186)$$

gehalten wird. Für einen beliebigen FSB-Faktor $F^* > F_B$ gilt dann

$$I_q^* = I_{qB} \frac{F_B}{F^*} = \frac{\sqrt{I^2 - 1}}{F^*} \quad (187)$$

Für den Gesamtstrom ergibt sich

$$I^* = \sqrt{1 + \frac{I^2 - 1}{F^{*2}}} < I \quad (188)$$

Damit lauten die Spannungskomponenten

$$U_d^* = 1 \quad (189)$$

und

$$U_q^* = 0 \quad (190)$$

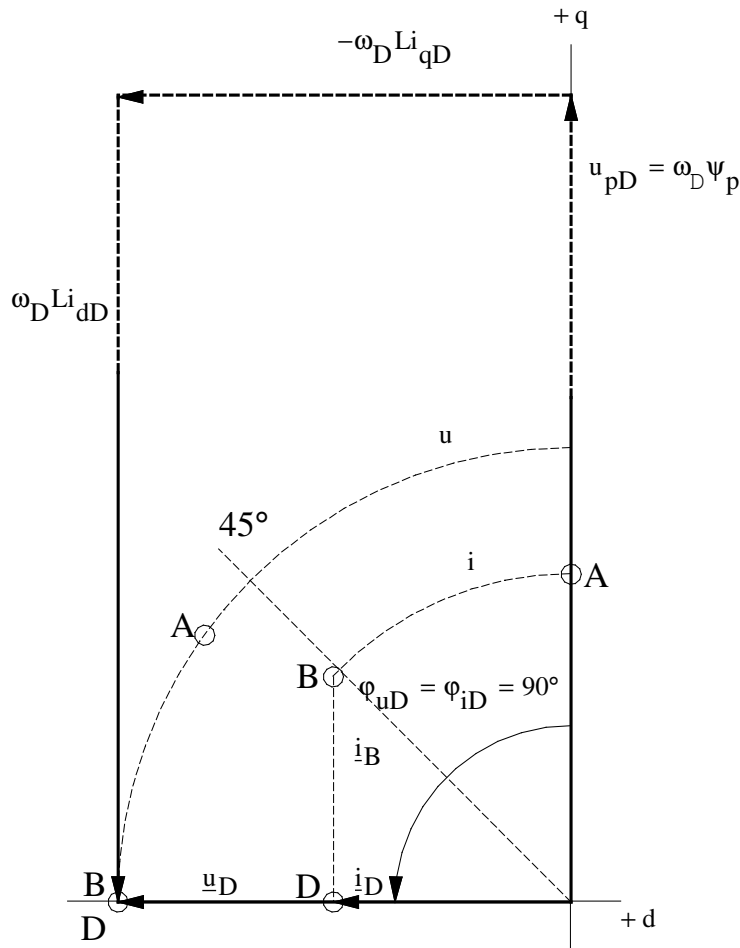


Bild 56 Zeigerbild für Betriebspunkt D für konstante Maximalleistung (unbegrenzte Drehzahl)

Das bedeutet, dass mit zunehmender Drehzahl die Leistung der Maschine konstant bleibt, aber sich die Stromwärmeverluste verringern und somit der Wirkungsgrad steigt. Für den Stromwinkel gilt

$$\tan \varphi_i^* = \frac{I_d^*}{I_q^*} = \frac{F^*}{\sqrt{I^2 + 1}} \quad (191)$$

während der Spannungswinkel stets konstant bleibt:

$$\varphi_U^* = 90^\circ \quad (192)$$

Das auf M_k bezogene Drehmoment entspricht dem Querstrom und lautet

$$\frac{M^*}{M_k} = I_q^* = \frac{\sqrt{I^2 + 1}}{F^*} \quad (193)$$

Für die bezogene Wirkleistung ergibt sich

$$\frac{P^*}{P_k} = U_d^* I_d^* + U_q^* I_q^* = 1 \quad (194)$$

Für die bezogene Blindleistung erhält man

$$\frac{Q^*}{P_k} = U_q^* I_d^* + U_d^* I_q^* = \frac{\sqrt{I^2 + 1}}{F^*} \quad (195)$$

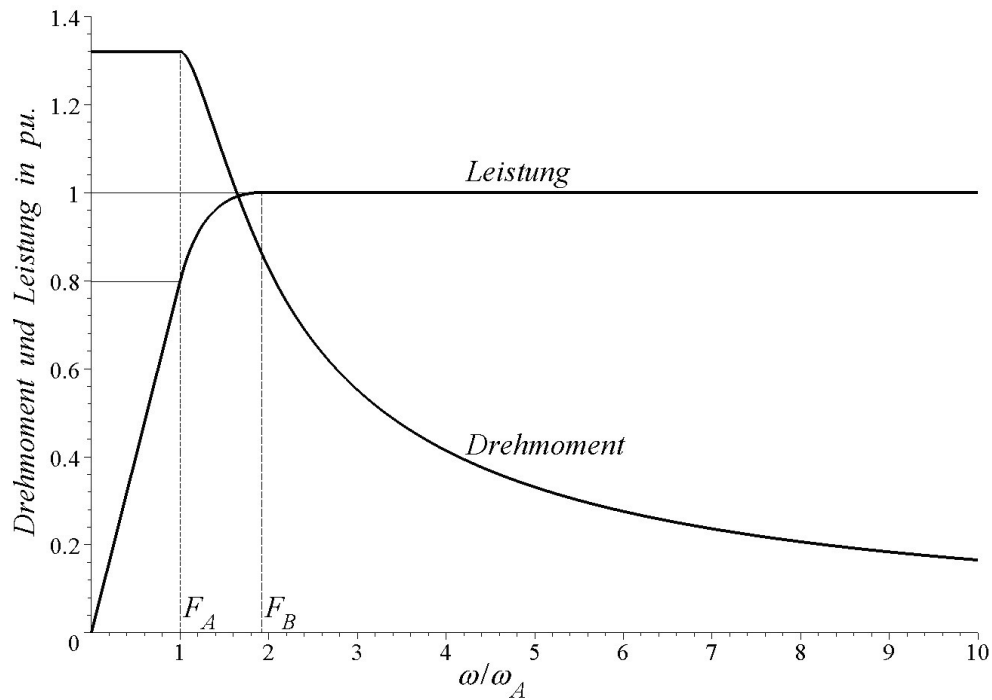
Drehmoment und Leistung bezogen auf den Punkt A lauten

$$\frac{M^*}{M_A} = \frac{\sqrt{I^2 + 1}}{I} \frac{1}{F^*} \quad (196)$$

und

$$\frac{P^*}{P_A} = \frac{\sqrt{I^2 + 1}}{I} > 1 \quad (197)$$

Wegen der letzten Gleichung existiert hier kein Punkt C, weil die Leistung immer höher als in Punkt A ist. Für den Fall $I > 1$ besitzt die Maschine theoretisch einen unendlich großen FSB. Mit zunehmender Drehzahl wird das Drehmoment jedoch immer kleiner. Außerdem sinkt mit steigender Drehzahl die Blindleistung, Gl. (195). Bei unendlich hoher Drehzahl nimmt die Maschine nur noch Wirkleistung auf. Sie erscheint in Bezug auf die Quelle als Last mit induktivem Anteil, der mit zunehmender Drehzahl kleiner wird. Drehmoment und Leistung sind in **Bild 57** dargestellt. Bis zum Punkt A ist das Drehmoment konstant, daher steigt die Leistung proportional zur Drehzahl linear an. Mit weiter steigender Drehzahl sinkt das Drehmoment ab, die Leistung steigt bis zur Drehzahl ω_B auf $P_B / P_k = 1$ an und bleibt bei höheren Drehzahlen konstant auf diesem Wert.

Bild 57 Drehmoment und Leistung für unendlichen FSB bei $I = 1,32$

Die zugehörigen Stromverläufe aus **Bild 58** entsprechen bis zum Punkt B denjenigen wie für $I > 1$, an diesem Punkt erreicht I_d den Wert $I_{dB} = 1$, der Längsstrom erhöht sich nicht mehr weiter. Der Gesamtstrom I^* nähert sich vom Maximalwert in Punkt B mit zunehmender Drehzahl dem Wert $I^* = 1$ an. Der Verlauf des Querstroms entspricht dem des Drehmoments.

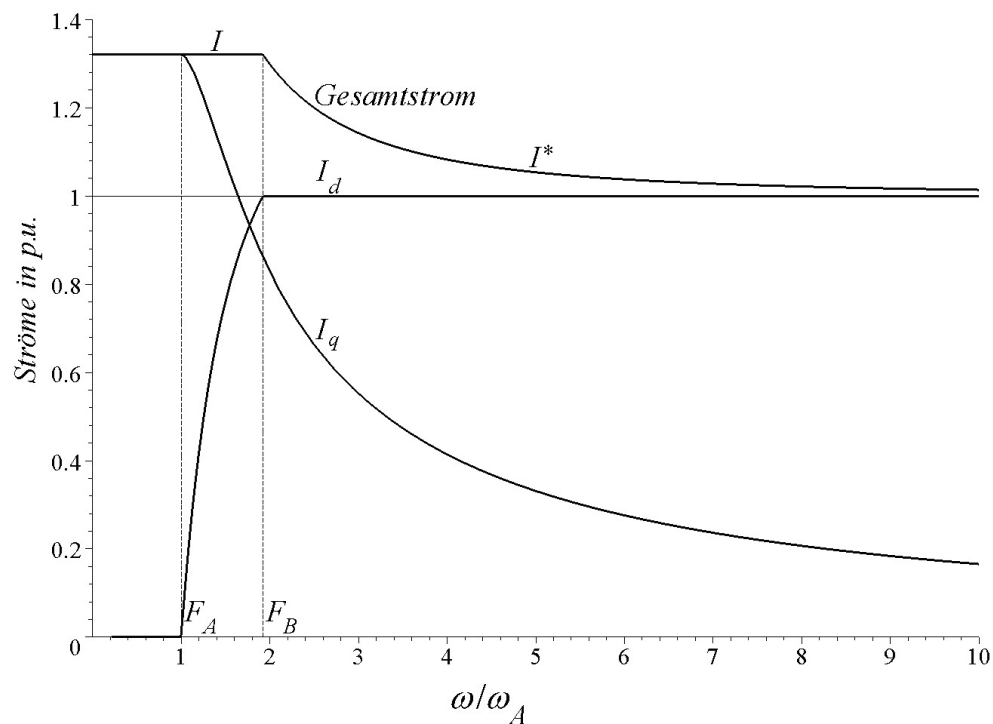
Bild 58 Ströme im FSB für $I = 1,32$

Bild 59 zeigt die Spannungen: U_d , U_q und die Gesamtspannung U steigen im ASB linear an. Am Punkt A erreicht die Gesamtspannung die Spannungsgrenze u , nun gilt $U = 1$. Die Spannung U_q fällt bis zum Punkt B wieder auf Null ab und bleibt bei diesem Wert, während U_d bis zum Punkt B weiter ansteigt. Hier wird der Wert $U_d = 1$ erreicht, der bei noch höheren Drehzahlen beibehalten wird, der Verlauf entspricht dem der Leistung.

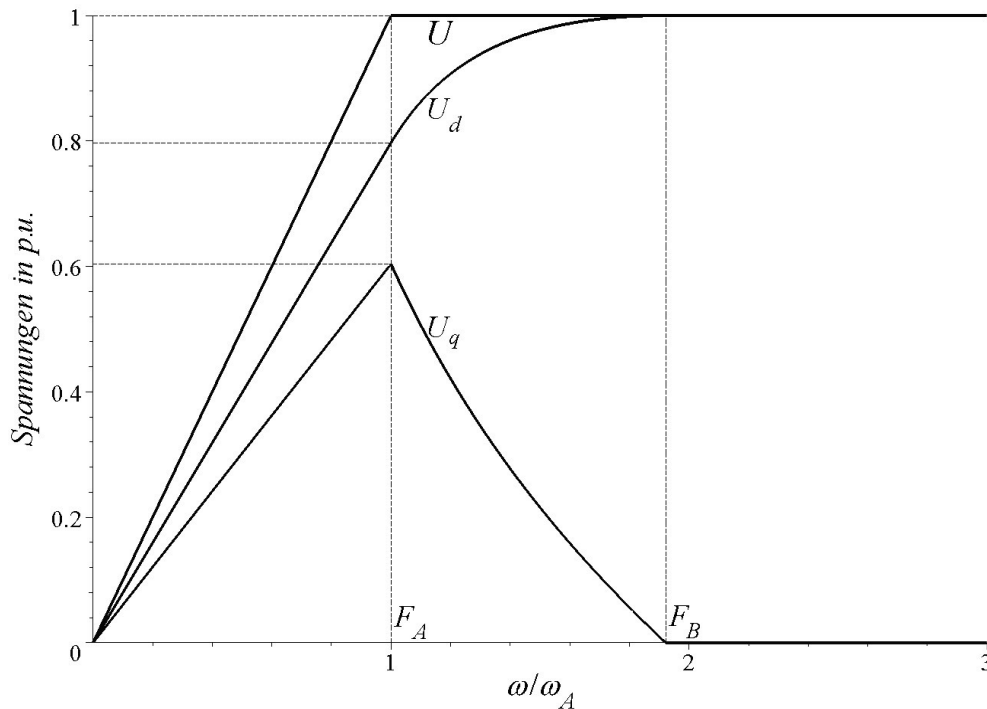
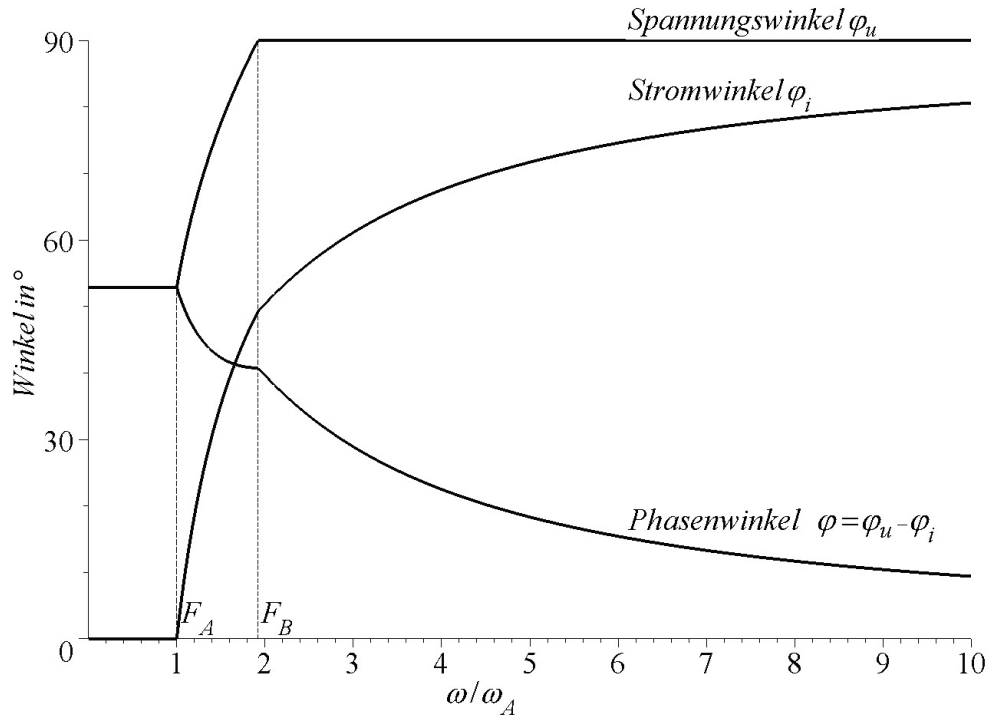


Bild 59 Spannungen für unendlichen FSB für $I = 1,32$

Bild 60 zeigt Spannungs-, Strom-, und Phasenwinkel. Der Spannungswinkel φ_u ist bis zum Punkt A konstant und steigt bis zum Punkt B auf $\varphi_{uB} = 90^\circ$, der sich bei noch höheren Drehzahlen wegen der konstanten Spannungen nicht mehr ändert. Der Stromwinkel beträgt anfangs $\varphi_i = 0^\circ$, im FSB nähert er sich mit zunehmender Drehzahl dem Wert $\varphi_i = 90^\circ$ an. Damit konvergiert der Phasenwinkel $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ mit zunehmender Drehzahl gegen 0° .

Bild 60 Winkel für unendlichen FSB für $I = 1,32$

3.3 Der Betrieb der Maschine im Grenzfall $I=1$

Der Grenzübergang $I=1$ kann weder $I<1$ noch $I>1$ eindeutig zugeordnet werden und wird deshalb separat behandelt (**Bild 61**).

Im Punkt A sind die Spannung der Ankerrückwirkung $\omega_A Li_{qA}$ sowie Polradspannung $\omega_A \psi_p$ gleich groß, damit ergibt sich für den Spannungswinkel

$$\varphi_{uA} = 45^\circ \quad (198)$$

Im folgenden wird der FSB betrachtet. Für die Ströme gilt allgemein

$$I_d = 1 - \frac{1}{F^2} \quad (199)$$

und

$$I_q = \frac{\sqrt{2F^2 - 1}}{F^2} \quad (200)$$

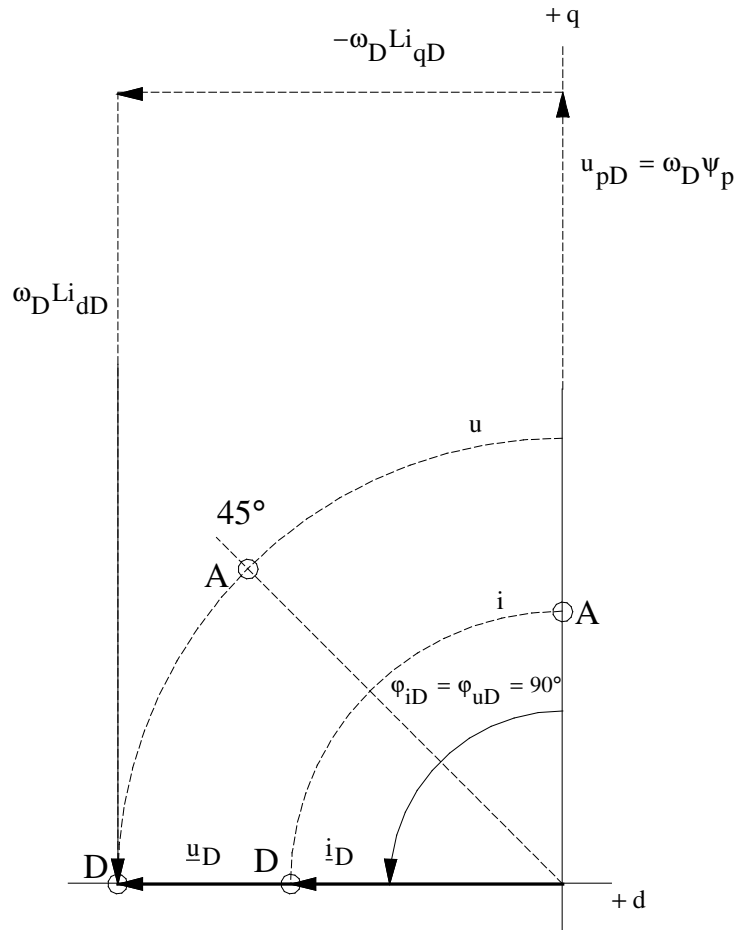


Bild 61 Zeigerbild für Betriebspunkt D für $I = 1$
(unbegrenzte Drehzahl)

Damit folgt für die Spannungskomponenten

$$U_d = \frac{\sqrt{2F^2 - 1}}{\sqrt{2}F} \quad (201)$$

und

$$U_q = \frac{1}{\sqrt{2}F} \quad (202)$$

und somit für den Stromwinkel

$$\tan \varphi_i = \frac{F^2 - 1}{\sqrt{2F^2 - 1}} \quad (203)$$

sowie für den Spannungswinkel

$$\tan \varphi_u = \sqrt{2F^2 - 1} \quad (204)$$

Für Drehmoment und Leistung erhält man

$$\frac{M}{M_k} = \frac{\sqrt{2F^2 - 1}}{F^2} \quad (205)$$

bzw.

$$\frac{P}{P_k} = \frac{\sqrt{2F^2 - 1}}{\sqrt{2}F} \quad (206)$$

oder auf den Auslegungspunkt bezogen

$$\frac{M}{M_A} = \frac{\sqrt{2F^2 - 1}}{F^2} \quad (207)$$

sowie

$$\frac{P}{P_A} = \frac{\sqrt{2F^2 - 1}}{F} \quad (208)$$

Aus Gl. (206) erhält man den Punkt B der maximalen Leistung für

$$F_B \rightarrow \infty \quad (209)$$

Damit folgt aus Gl. (206)

$$\frac{P_B}{P_k} = 1 \quad (210)$$

Bei unendlicher Drehzahl gilt $I_q = 0$ und folglich $I_d = 1$. Somit folgt aus Gl. (199)

$$F_D \rightarrow \infty \quad (211)$$

Der Punkt C existiert nicht für diesen Fall.

Die Quelle „sieht“ eine Last mit induktivem Anteil, der mit zunehmender Drehzahl geringer wird.

3.4 Berechnung der Stromkomponenten bei vorgegebenem Drehmoment

Bisher wurde die Maximalkennlinie des Drehmomentes bei vorgegebenen Strom- und Spannungsgrenzen bestimmt. Wird bei einer vorgegebenen Drehzahl ein geringeres Drehmoment M_{soll} als das maximale Drehmoment benötigt, müssen die zugehörigen Stromkomponenten berechnet werden.

Die Stromkomponente I_q liegt durch das vorgegebene Drehmoment bereits fest:

$$I_q = \frac{M_{soll}}{M_k} \quad (212)$$

Ist das angeforderte Drehmoment geringer als das Maximalmoment, verschiebt sich der Punkt A, bis zu dem der ASB geht. Dieser soll nun bestimmt werden.

Es gilt

$$u^2 = u_q^2 + u_d^2 \quad (213)$$

Gl. (59) sowie Gl. (77) und Gl. (78) eingesetzt in Gl. (213) ergibt

$$\left(\omega_0 \psi_p\right)^2 = \left(\omega \psi_p - \omega L i_d\right)^2 + \left(\omega L i_q\right)^2 \quad (214)$$

Im Punkt A ist $i_d = 0$ und $\omega = \omega_A$, und somit

$$\frac{\omega_A}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + I_q^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{M_{soll}}{M_k}\right)^2}} \quad (215)$$

In **Bild 62** ist die Grenzkennlinie für einen maximalen Strom $I = 1,32$ dargestellt. Je kleiner das benötigte Drehmoment ist, desto größer wird die Drehzahl, ab der der FSB beginnt. Ist das angeforderte Drehmoment gleich Null, dann entspricht ω_A der Leerlaufdrehzahl ω_0 .

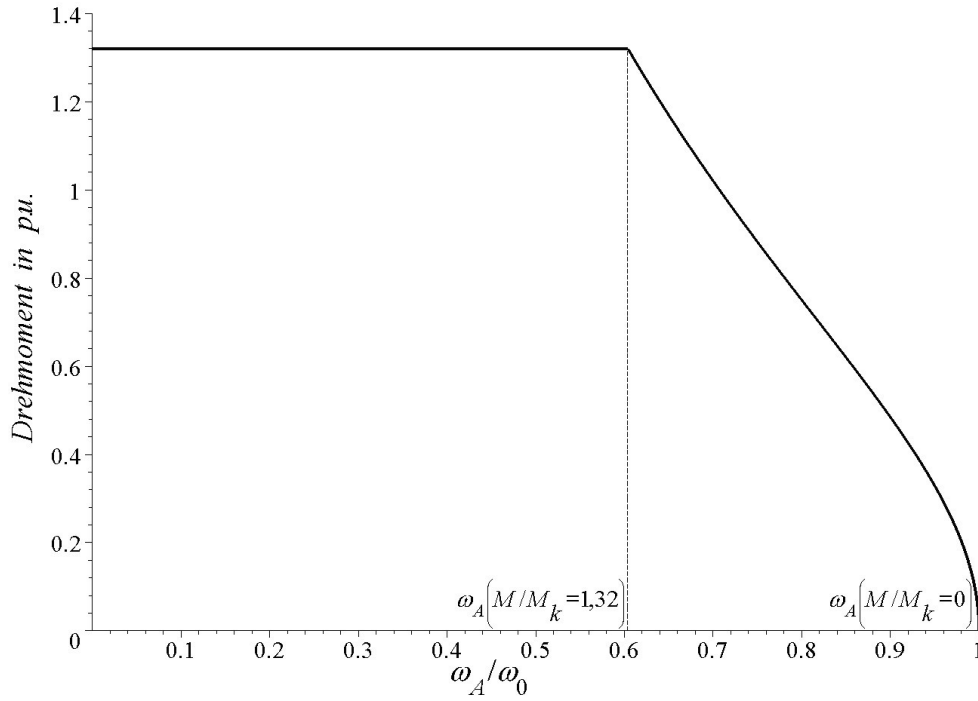


Bild 62 Grenzkennlinie für $I = 1,32$

Ist die Drehzahl größer als ω_A , so befindet man sich im FSB und es muss eine Stromkomponente I_d aufgebracht werden. Diese kann aus den bisher angegebenen Formeln bestimmt werden. Man muss dabei jedoch darauf achten, dass sich der FSB-Faktor F auf die Drehzahl ω_A bezieht, die sich aus dem Maximalstrom errechnet. Deshalb empfiehlt es sich, die Drehzahl auf ω_0 zu beziehen. Man erhält

$$I_d = 1 - \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 - I_q^2} = 1 - \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 - \left(\frac{M_{soll}}{M_k}\right)^2} \quad (216)$$

Dieser Strom ist notwendig, um die maximal zulässige Spannung nicht zu überschreiten.

Mit I_d und I_q liegt auch der Stromwinkel φ_i fest, mit dem der Strom relativ zur Polradlage einzuprägen ist:

$$\tan \varphi_i = \frac{I_d}{I_q} \quad (217)$$

Soll anstelle des Stromes (z.B. mit einer Hysteresestromregelung) die Spannung (z.B. mit dem Unterschwingungsverfahren) eingepreßt werden, kann über die Spannungskomponenten

$$U_d = \frac{\omega}{\omega_0} I_q = \frac{F}{\sqrt{1+I^2}} I_q \quad (218)$$

und

$$U_q = \frac{\omega}{\omega_0} (1 - I_d) = \frac{F}{\sqrt{1+I^2}} (1 - I_d) \quad (219)$$

der Spannungswinkel aus

$$\tan \varphi_u = \frac{U_d}{U_q} \quad (220)$$

bestimmt werden, um den die einzuprägende Spannung gegenüber der Polradspannung verschoben sein muss.

4 Betriebsverhalten der Maschine mit vergrabenen Magneten

Wird die Maschine als Innenläufer ausgeführt, müssen die Oberflächenmagnete gegen auftretende Fliehkräfte gesichert werden. Dies kann z.B. durch eine Glasfaserbandage geschehen. Um die Verwendung einer Glasfaserbandage zu vermeiden (z.B. aus Fertigungsgründen), können statt der bisher betrachteten Oberflächenmagnete vergrabene Magnete („buried magnets“) verwendet werden (**Bild 63**). Dabei tritt ein Unterschied in den Induktivitäten der Längs- und der Querachse auf. Es entsteht ein Reluktanzmoment, wenn neben dem Strom in der Querachse i_q noch ein Strom in der Längsachse i_d vorhanden ist. Dann gilt für das Gesamtmoment M , bestehend aus dem Hauptmoment M_H und dem Reluktanzmoment M_R

$$M = \frac{3}{2} p \psi_p i_q + \frac{3}{2} p (L_d - L_q) i_d i_q = M_H + M_R \quad (221)$$

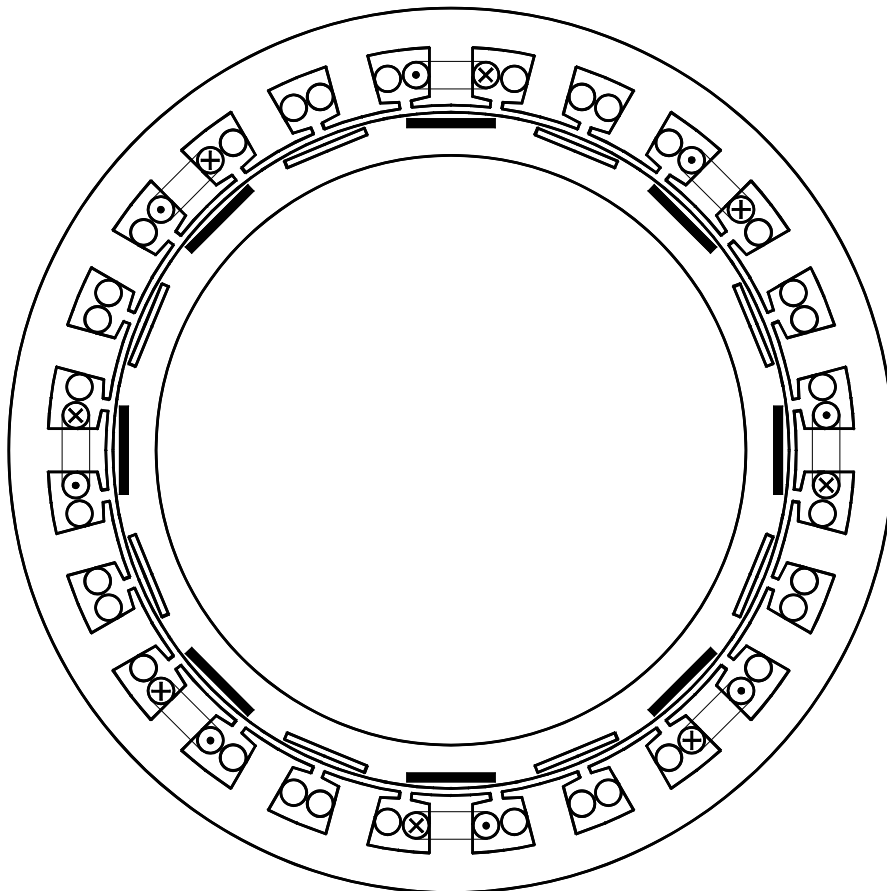


Bild 63 Querschnitt einer Maschine mit vergrabenen Magneten
($m=3$, $Z=24$, $2p=16$, $n=1$)

Wegen $L_q > L_d$ muss für ein positives Reluktanzmoment der Strom i_d negativ sein, weil i_q wegen des Motorbetriebes positiv ist. Somit ist der Stromwinkel φ_i positiv und der Strom eilt der Polradspannung voraus. Aufgrund einer besseren Darstellung werden wie bei den Maschinen mit Oberflächenmagneten die **Be-träge** der Strom- und Spannungskomponenten verwendet.

Zur Kennzeichnung der beiden unterschiedlichen Induktivitäten wird der Faktor Q (>1) eingeführt:

$$Q = \frac{L_q}{L_d} \quad (222)$$

Der Kurzschlussstrom ist gegeben zu

$$i_k = \frac{\psi_p}{L_d} \quad (223)$$

Für die bezogenen Ströme gilt wiederum

$$I = \frac{i}{i_k} \quad (224)$$

Es wird ein Hauptmoment M_{H0} eingeführt, bei dem der maximale Strom in der Querachse fließt

$$M_{H0} = \frac{3}{2} p \psi_p i \quad (225)$$

Somit lässt sich das Gesamtmoment auch angeben zu

$$M = M_{H0} [\cos \varphi_i + (Q-1) I \cos \varphi_i \sin \varphi_i] = M_{H0} \cdot f_R \quad (226)$$

mit dem Faktor

$$f_R = \cos \varphi_i + (Q-1) I \cos \varphi_i \sin \varphi_i = \cos \varphi_i + \frac{(Q-1)I}{2} \sin 2\varphi_i \quad (227)$$

der die Vergrößerung des Gesamtmomentes gegenüber dem Hauptmoment M_{H0} angibt.

Das Bezugsdrehmoment wird mit

$$M_k = \frac{3}{2} p \psi_p i_k \quad (228)$$

und die entsprechende Bezugsleistung bei ω_0 mit

$$P_k = \frac{M_k \omega_0}{p} \quad (229)$$

eingeführt. Für eine Maschine gemäß Bild 63 wurde für Q ein Wert von 2,22 ermittelt. Der Kurzschlussstrom beträgt $i_k = 302 \text{ A}$, für den Dauerbetrieb wird ein Strom von $i = 250 \text{ A}$ zugelassen, während der maximale Strom durch den Stromrichter auf $i = 400 \text{ A}$ begrenzt ist. Das Bezugsdrehmoment beträgt $M_k = 220 \text{ Nm}$, die Leerlaufdrehzahl n_0 liegt bei 1969 UpM .

4.1 Der Betrieb der Maschine für $I < 1$

Als erstes wird der Betrieb der Maschine bei einem Strom $I < 1$ betrachtet (z.B. Dauerbetrieb). Weil bei einer Maschine mit vergrabenen Magneten neben dem Hauptmoment ein Reluktanzmoment erzeugt werden kann, wird das maximale Drehmoment im ASB erreicht, wenn bereits hier der Strom der Polradspannung voraus eilt (für $Q > 1$). Für den gesamten ASB bleibt dabei der Stromwinkel φ_i konstant und entspricht dem Stromwinkel φ_{iA} im Auslegungspunkt A, ab dem der FSB beginnt. Damit sind für das maximale Drehmoment im ASB die Stromkomponenten mit I_{dA} und I_{qA} festgelegt.

4.1.1 Der Auslegungspunkt A

Aus Gl. (227) lässt sich der Steuerwinkel φ_{iA} berechnen, an dem f_R und somit das Drehmoment das Maximum erreicht. Dazu wird f_R nach dem Stromwinkel abgeleitet und dann gleich Null gesetzt. Man erhält

$$\sin \varphi_{iA} = (Q - 1)I \cos 2\varphi_{iA} \quad (230)$$

Mit

$$\cos 2\varphi_{iA} = 1 - 2\sin^2 \varphi_{iA} \quad (231)$$

kann der Steuerwinkel schließlich nach einigen weiteren Umformungen zu

$$\sin \varphi_{iA} = \frac{\sqrt{1 + 8I^2(Q - 1)^2} - 1}{4I(Q - 1)} \quad (232)$$

angegeben werden. Damit lauten die Stromkomponenten

$$I_{dA} = I \sin \varphi_{iA} = \frac{\sqrt{1 + 8I^2(Q - 1)^2} - 1}{4(Q - 1)} \quad (233)$$

und

$$I_{qA} = I \cos \varphi_{iA} = \sqrt{I^2 - \left(\frac{\sqrt{1 + 8I^2(Q - 1)^2} - 1}{4(Q - 1)} \right)^2} \quad (234)$$

Im Betriebspunkt A wird die Maschine an der Spannungsgrenze betrieben. Daher gilt wieder

$$u^2 = \omega^2 \left[(\psi_p - L_d i_d)^2 + (L_q i_q)^2 \right] \quad (235)$$

Die auf ω_0 bezogene Drehzahl ω_A beträgt

$$\frac{\omega_A}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + Q^2 I_{qA}^2}} \quad (236)$$

Damit lassen sich die Spannungskomponenten angeben zu

$$U_{qA} = \frac{u_{qA}}{u} = \frac{\omega_A \psi_p - \omega_A L_d i_d}{\omega_0 \psi_p} = \frac{\omega_A}{\omega_0} (1 - I_{dA}) \quad (237)$$

und

$$U_{dA} = \frac{u_{dA}}{u} = \frac{\omega_A L_q i_q}{\omega_0 \psi_p} = \frac{\omega_A}{\omega_0} Q I_q \quad (238)$$

Für das auf M_k bezogene Drehmoment erhält man

$$\frac{M_A}{M_k} = I \cdot f_{RA} \quad (239)$$

Die Leistung in Punkt A ergibt sich zu

$$P_A = \frac{M_A \omega_A}{p} \quad (240)$$

sowie in bezogener Form zu

$$\frac{P_A}{P_k} = \frac{I \cdot f_{RA}}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + Q^2 I_{qA}^2}} \quad (241)$$

Der Spannungswinkel schließlich errechnet sich zu

$$\tan \varphi_{uA} = \frac{L_q i_{qA}}{\psi_p - L_d i_{dA}} = \frac{Q I \cos \varphi_{iA}}{1 - I \sin \varphi_{iA}} \quad (242)$$

Als Zahlenwerte wurden $I = 0,83$ (Strom im Dauerbetrieb $i = 250 \text{ A}$ bezogen auf Kurzschlussstrom $i_k = 302 \text{ A}$) und $Q = 2,22$ gewählt. Damit errechnen sich die Stromkomponenten zu $I_{dA} = 0,42$ und $I_{qA} = 0,72$ sowie die Spannungskomponenten zu $U_{dA} = 0,94$ und $U_{qA} = 0,28$. Der Stromwinkel ergibt sich zu $\varphi_{iA} = 30,1^\circ$ und der Spannungswinkel zu $\varphi_{uA} = 69,9^\circ$. Bezogenes Drehmoment und bezogene Leistung betragen $M_A / M_k = 1,08$ und $P_A / P_k = 0,64$.

4.1.2 Das Verhalten der Maschine im Feldstellbereich

Mit Hilfe des Betriebspunktes A kann die Stromkomponente I_d in Abhängigkeit vom Feldstellfaktor F angegeben werden. Für das bezogene Drehmoment gilt allgemein:

$$\frac{M}{M_k} = I_q + (Q - 1) I_d I_q \quad (243)$$

Der FSB ist dadurch gekennzeichnet, dass die Maschine an der Spannungsgrenze u arbeitet. Um das maximale Drehmoment im FSB für $I < 1$ zu erzielen, muss sie gleichzeitig an der Stromgrenze i arbeiten. Das kann man sich anhand des Zeigerdiagramms veranschaulichen: Wegen $I < 1$ liegt der Spannungsraumzeiger immer auf der Spannungsgrenze u im 1. Quadranten. Der Spannungsraumzeiger dreht sich bis zum Erreichen der Stromgrenze i in mathematisch positiver Richtung entlang der Spannungsgrenze u . Das Erreichen der Stromgrenze ergibt für die beiden Stromkomponenten I_d und I_q den jeweils größten Wert und damit nach Gl. (243) auch das maximale Drehmoment.

Allgemein ergibt sich für die Drehzahl aus Gl. (235)

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 = \frac{1}{(1 - I_d)^2 + Q^2 I_q^2} \quad (244)$$

Zusammen mit dem FSB-Faktor

$$F = \frac{\omega}{\omega_A} \quad (245)$$

erhält man

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 = \left(\frac{\omega_A}{\omega_0} \right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_A} \right)^2 = \frac{F^2}{(1 - I_{dA})^2 + Q^2 I_{qA}^2} \quad (246)$$

Unter Berücksichtigung von

$$I_q^2 = I^2 - I_d^2 \quad (247)$$

wegen der Stromgrenze ergibt sich nach Gleichsetzen von Gl. (244) mit Gl. (246), Einsetzen von Gl. (247) und Auflösen nach I_d schließlich

$$I_d = \frac{\sqrt{Q^2 \left[1 + I^2 (Q^2 - 1) \right] - (Q^2 - 1) \left[(1 - I_{dA})^2 + (Q I_{qA})^2 \right] \frac{1}{F^2}} - 1}{Q^2 - 1} \quad (248)$$

Die zweite mögliche Lösung, bei der das Vorzeichen der Wurzel negativ ist, fällt weg, weil dadurch der Betrag der Stromkomponente I_d negativ wird und die Spannungsgrenze überschritten würde. Nun lässt sich auch die Stromkomponente I_q aus Gl. (247) berechnen. In **Bild 64** sind die Stromkomponenten in Abhängigkeit von der Drehzahl für das Beispiel mit $I = 0,83$ und $Q = 2,22$ dargestellt.

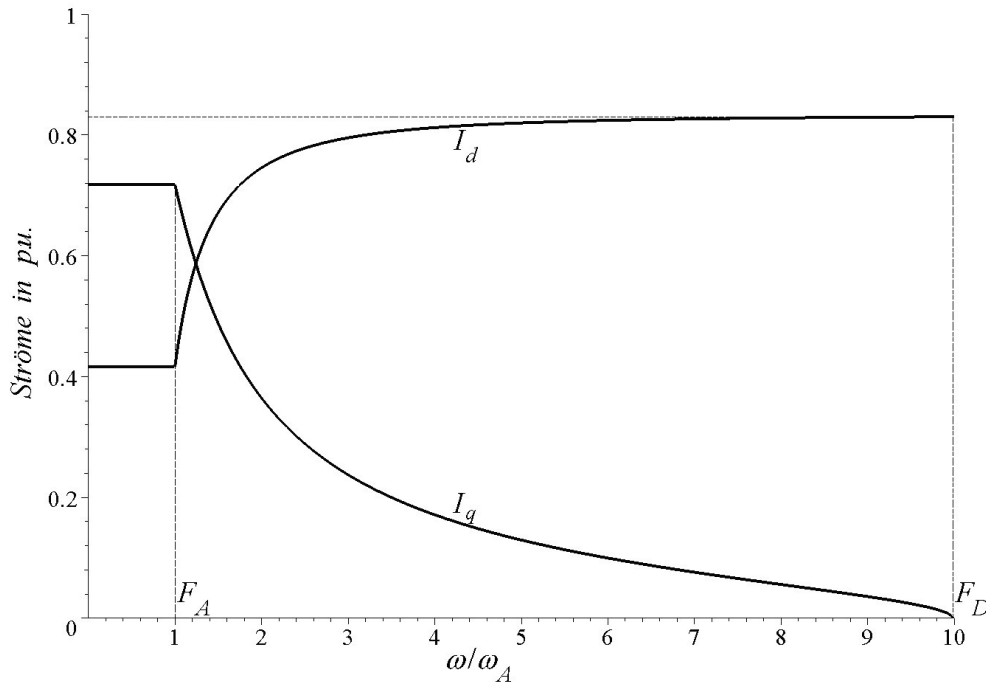


Bild 64 Stromkomponenten in Abhängigkeit von der Drehzahl für $I = 0,83$ und $Q = 2,22$

Mit zunehmender Drehzahl nähert sich die d-Komponente dem Wert I und die q-Komponente dem Wert Null. Der Feldstellbereich reicht bis zum Wert $F_D = 9,98$. Die maximal mögliche Drehzahl ω_D ist unabhängig von Q , weil hier die q-Komponente des Stromes verschwindet. Der Spannungsabfall ist daher nur von I_d und somit von L_d , aber nicht von L_q bzw. Q abhängig. Der Feldstellbereich vergrößert sich im Vergleich zu dem Beispiel mit den Oberflä-

chenmagneten bei demselben Strom von $I = 0,83$, weil sich die Drehzahl ω_A verringert. Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass die abgeleiteten Gleichungen den Betrag des Längsstroms ergeben (positive Werte). Dieser ist der besseren Übersicht wegen in Bild 64 dargestellt. Tatsächlich ist der Längsstrom aber stets negativ.

Der Stromwinkel φ_i bestimmt sich aus

$$\sin \varphi_i = \frac{I_d}{I} \quad (249)$$

und ist in **Bild 65** dargestellt. Er beginnt bei $\varphi_i = 30,1^\circ$ und erhöht sich ab dem Punkt A bis zu $\varphi_{iD} = 90^\circ$. Mit den Stromkomponenten ist nach Gl. (243) auch das Drehmoment bestimmt.

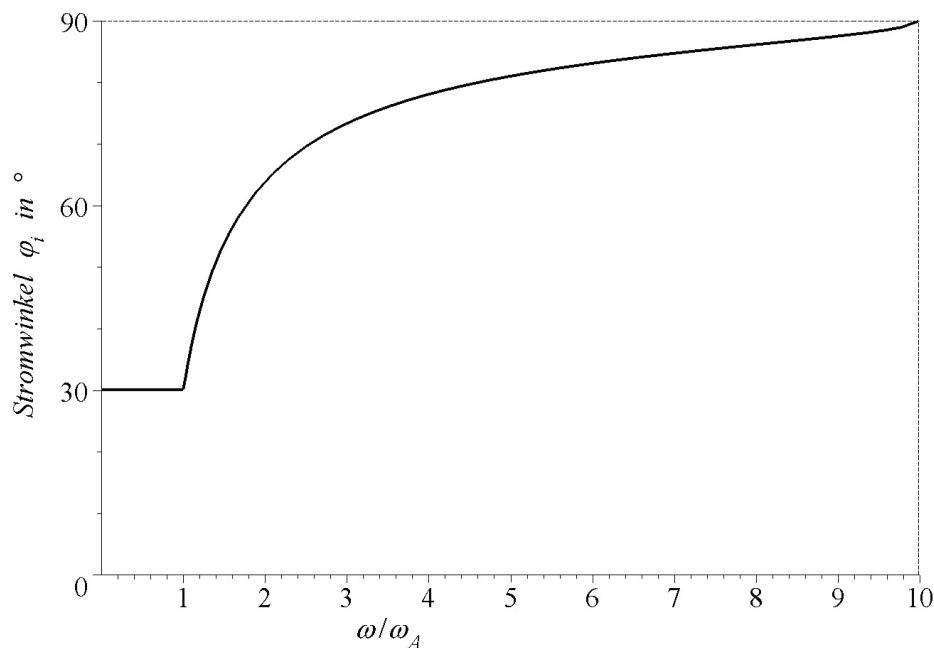


Bild 65 Stromwinkel φ_i in $^\circ$ bei $I = 0,83$ und $Q = 2,22$

Das Drehmoment setzt sich zusammen aus dem Hauptmoment und dem Reluktanzmoment. Letzteres hat einen erheblichen Anteil am Gesamtmoment (**Bild 66**).

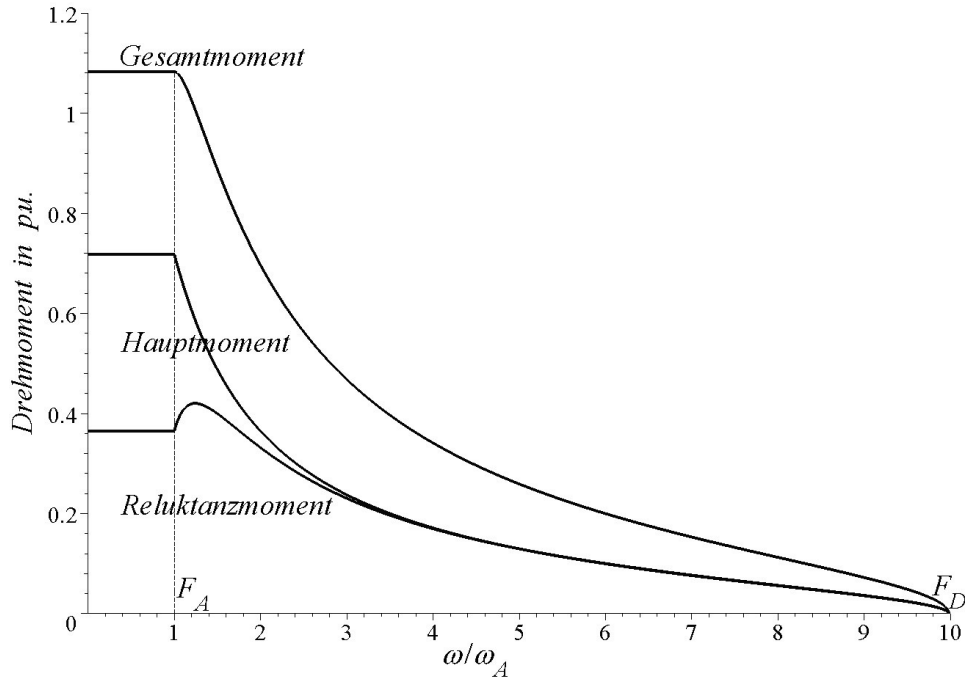


Bild 66 Gesamtmoment, Hauptmoment und Reluktanzmoment bei $I = 0,83$ und $Q = 2,22$

Aus

$$P = \frac{M \omega}{p} \quad (250)$$

kann mit den Gln. (226) und (244) die Leistung mit

$$P = \frac{M_{H0} \omega_0}{p} \left(\frac{I_q + (Q-1) I_d I_q}{I \sqrt{(1-I_d)^2 + (Q I_q)^2}} \right) \quad (251)$$

bestimmt sowie auf P_k bezogen werden:

$$\frac{P}{P_k} = \frac{M}{M_k} \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{M}{M_k} \frac{\omega}{\omega_A} \frac{\omega_A}{\omega_0} = F \frac{I \cos \varphi_i + (Q-1) I^2 \sin \varphi_i \cos \varphi_i}{\sqrt{(1-I_{dA})^2 + (Q I_{qA})^2}} \quad (252)$$

Deren Verlauf zeigt **Bild 67**.

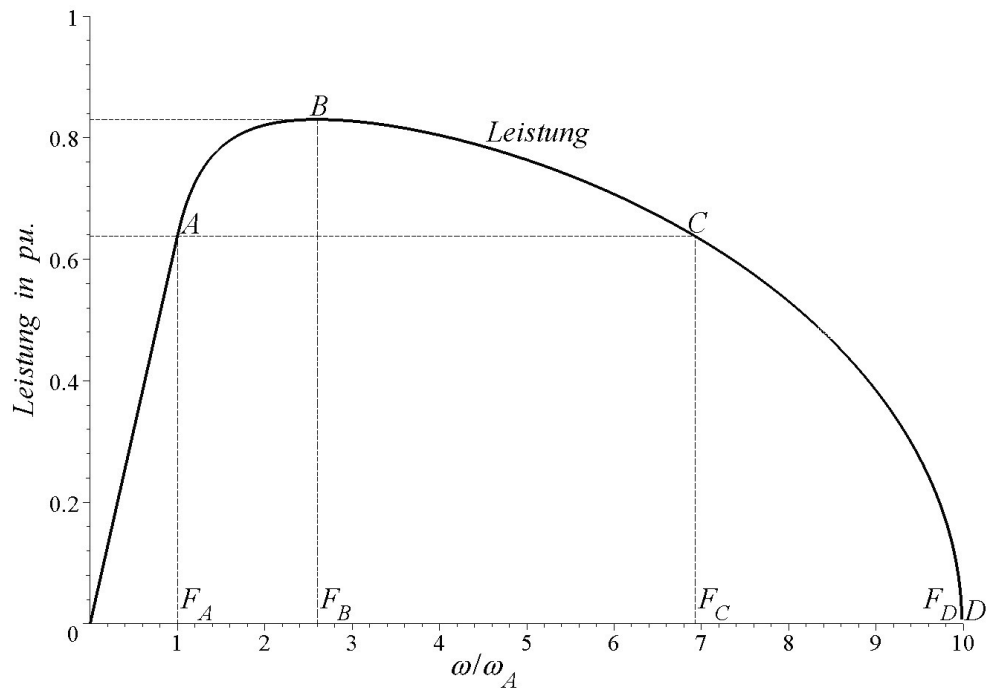


Bild 67 Leistung bei $I = 0,83$ und $Q = 2,22$

Die Spannungskomponenten errechnen sich zu

$$\begin{aligned}
 U_q &= \frac{u_q}{u} = \frac{\omega \psi_p - \omega L_d i_d}{\omega_0 \psi_p} = \frac{\omega}{\omega_0} (1 - I_d) = \frac{\omega}{\omega_0} (1 - I \sin \varphi_i) = \\
 &= F \frac{1 - I \sin \varphi_i}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}}
 \end{aligned} \tag{253}$$

sowie

$$\begin{aligned}
 U_d &= \frac{u_d}{u} = \frac{\omega L_q i_q}{\omega_0 \psi_p} = \frac{\omega}{\omega_0} QI_q = \frac{\omega}{\omega_0} QI \cos \varphi_i = \\
 &= F \frac{QI \cos \varphi_i}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}}
 \end{aligned} \tag{254}$$

und sind in **Bild 68** dargestellt.

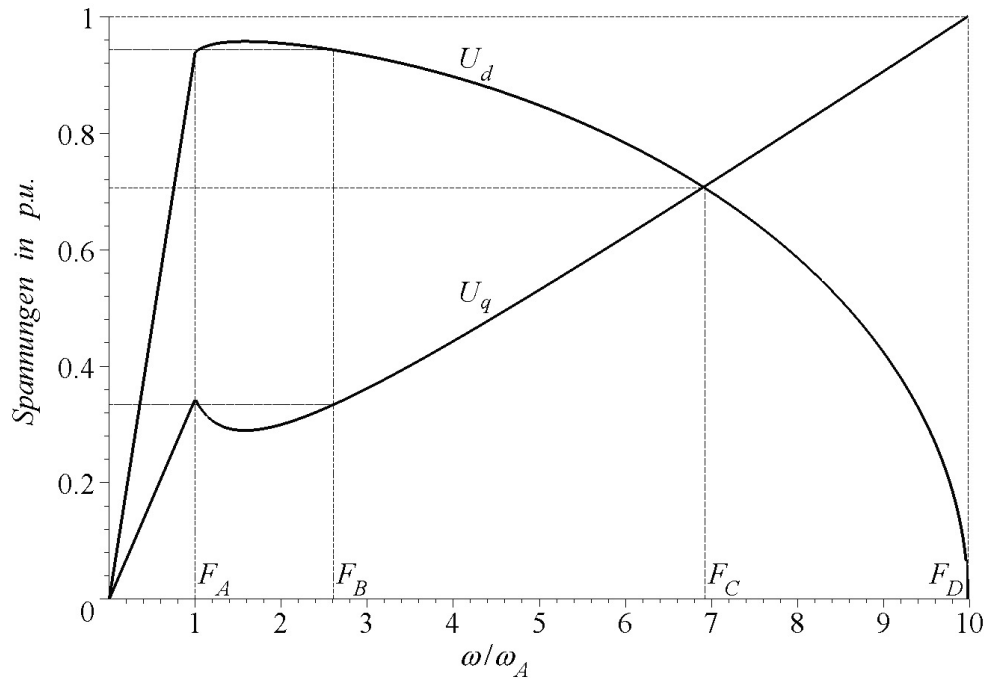


Bild 68 Spannungen bei $I = 0,83$ und $Q = 2,22$

Der Spannungswinkel φ_u berechnet sich aus

$$\tan \varphi_u = \frac{U_d}{U_q} = \frac{QI \cos \varphi_i}{1 - I \sin \varphi_i} \quad (255)$$

Bild 69 zeigt den Spannungswinkel φ_u , den Stromwinkel φ_i sowie den Phasenwinkel φ . Der Spannungswinkel φ_u beginnt in dem gezeigten Beispiel bei $69,9^\circ$, steigt kurz an und fällt dann kontinuierlich bis zum Punkt D auf $\varphi_{uD} = 0^\circ$ ab. Der Stromwinkel φ_i entspricht demjenigen in Bild 65, er beginnt bei $\varphi_i = 30,1^\circ$ und verläuft ab dem Punkt A ständig steigend bis zum Punkt D mit $\varphi_{iD} = 90^\circ$. Der Phasenwinkel beginnt bei $\varphi = 39,8^\circ$ und fällt ab dem Punkt A stetig bis auf $\varphi = -90^\circ$ am Punkt D. Am Punkt B schneidet er die Nulllinie, am Punkt C beträgt sein Wert $\varphi_C = -39,8^\circ$ und ist betragsmäßig gleich wie am Punkt A.

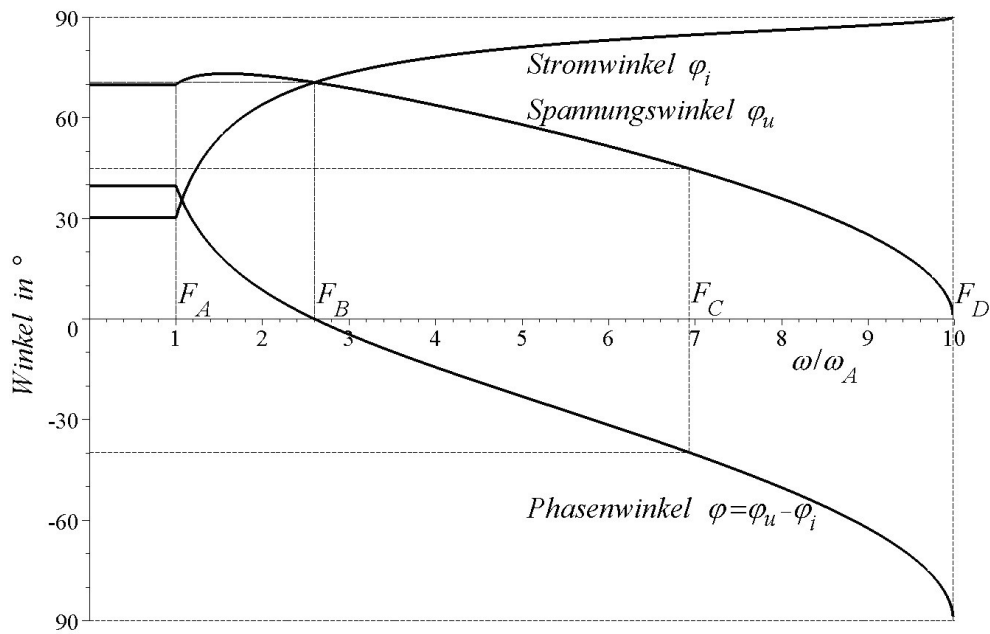


Bild 69 Strom- und Spannungswinkel sowie Phasenwinkel bei $I = 0,83$ und $Q = 2,22$

4.1.3 Der Betriebspunkt B der maximalen Leistung

Aus Gl. (251) ergibt sich im Punkt B mit $I_{qB}^2 = I^2 - I_{dB}^2$ die Gleichung

$$P = \frac{M_{H0} \omega_0}{P} \left(\frac{\sqrt{I^2 - I_{dB}^2} + (Q-1) I_{dB} \sqrt{I^2 - I_{dB}^2}}{I \sqrt{(1 - I_{dB})^2 + Q^2 (I^2 - I_{dB}^2)}} \right) \quad (256)$$

Um nun das Maximum dieser Leistung zu berechnen, muss P nach I_{dB} abgeleitet, das Ergebnis gleich Null gesetzt und nach I_{dB} aufgelöst werden. Es ergibt sich eine Gleichung 4. Grades mit insgesamt 4 Lösungen (Lösungsweg siehe Anhang):

$$I_{dB1} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4Q^2 I^2 - 4Q I^2}}{2(Q-1)} \quad (257)$$

$$I_{dB2} = \frac{-1 - \sqrt{1 + 4Q^2 I^2 - 4Q I^2}}{2(Q-1)} \quad (258)$$

$$I_{dB3} = \frac{Q - 2 - \sqrt{5Q^2 - 4Q + 4Q^4I^2 - 4Q^3I^2 - 4Q^2I^2 + 4QI^2}}{2(Q^2 - 1)} \quad (259)$$

$$I_{dB4} = \frac{Q - 2 + \sqrt{5Q^2 - 4Q + 4Q^4I^2 - 4Q^3I^2 - 4Q^2I^2 + 4QI^2}}{2(Q^2 - 1)} \quad (260)$$

Ist der Strom $I < 1$, so bleibt als einzig gültige Lösung I_{dB1} , weil nur für diesen Fall die Stromkomponente positiv und kleiner als der Grenzstrom I ist. In allen anderen Fällen wird der Grenzstrom überschritten bzw. der Längsstrom ist negativ, was laut Voraussetzung nicht zulässig ist. Der Längsstrom im Punkt B ist daher

$$I_{dB} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{1 + 4Q^2I^2 - 4QI^2} - 1}{Q - 1} \quad (261)$$

Die Beziehung für die Stromkomponente I_{qB} lautet:

$$I_{qB} = \sqrt{I^2 - I_{dB}^2} = \frac{1}{2} \sqrt{4I^2 - \frac{(\sqrt{1 + 4Q^2I^2 - 4QI^2} - 1)^2}{(Q - 1)^2}} \quad (262)$$

Mit den Stromkomponenten kann der Stromwinkel aus

$$\sin \varphi_{iB} = \frac{I_{dB}}{I} \quad (263)$$

bestimmt und der FSB-Faktor F_B mit

$$F_B = \sqrt{\frac{(1 - I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}{(1 - I_{dB})^2 + (QI_{qB})^2}} \quad (264)$$

angegeben werden. Daraus errechnen sich die Spannungskomponenten zu

$$U_{qB} = F_B \frac{1 - I \sin \varphi_{iB}}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}} \quad (265)$$

und

$$U_{dB} = F_B \frac{QI \cos \varphi_{iB}}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}} \quad (266)$$

Das auf M_k bezogene Drehmoment M_B ergibt sich zu

$$\frac{M_B}{M_k} = I \cdot f_{RB} = I \cos \varphi_{iB} + (Q - 1)I^2 \sin \varphi_{iB} \cos \varphi_{iB} \quad (267)$$

Die bezogene Leistung beträgt

$$\frac{P_B}{P_k} = F_B \frac{I \cos \varphi_{iB} + (Q - 1)I^2 \sin \varphi_{iB} \cos \varphi_{iB}}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}} \quad (268)$$

Den Spannungswinkel erhält man aus

$$\tan \varphi_{uB} = \frac{QI \cos \varphi_{iB}}{1 - I \sin \varphi_{iB}} \quad (269)$$

Für das Beispiel $Q = 2,22$ und $I = 0,83$ erhält man folgende Zahlenwerte: Der Längsstrom errechnet sich zu $I_{dB} = 0,782$, der Querstrom zu $I_{qB} = 0,277$, womit sich die Spannungskomponenten $U_{qB} = 0,33$ und $U_{dB} = 0,94$ ergeben. Drehmoment und Leistung betragen $M_B / M_k = 0,541$ und $P_B / P_k = 0,83$. Der FSB-Faktor kann mit $F_B = 2,602$ angegeben werden. Es zeigt sich wie im Fall $Q = 1$ und $I < 1$, dass die (maximale) bezogene Leistung gleich dem (maximalen) bezogenen Strom ist. Der Stromwinkel ist mit einem Wert von $\varphi_{iB} = 70,51^\circ$ gleich dem Spannungswinkel φ_{uB} .

4.1.4 Der Betriebspunkt C mit der gleichen Leistung wie in Punkt A

Für die Leistung gilt allgemein:

$$P = \frac{m}{2} ui \cos(\varphi_u - \varphi_i) \quad (270)$$

Soll der Punkt C mit gleicher Leistung wie in Punkt A berechnet werden, so ist die Differenz des Winkels zwischen Strom- und Spannungsraumzeiger gleich, weil auch die Beträge von Strom und Spannung jeweils gleich groß sind:

$$|\varphi_{uC} - \varphi_{iC}| = |\varphi_{uA} - \varphi_{iA}| \quad (271)$$

Der Spannungswinkel φ_{uC} kann nach Gl. (255) durch den Stromwinkel φ_{iC} ausgedrückt werden, damit wird Gl. (271) zu:

$$\left| \arctan\left(\frac{QI \cos \varphi_{iC}}{1 - I \sin \varphi_{iC}}\right) - \varphi_{iC} \right| = |\varphi_{uA} - \varphi_{iA}| \quad (272)$$

Aus Bild 69 erkennt man, dass im Punkt A der Spannungswinkel größer als der Stromwinkel ist. Im Punkt B ist der Spannungswinkel gleich dem Stromwinkel, während im Punkt C der Stromwinkel größer als der Spannungswinkel ist. Wird dies berücksichtigt, können die Betragszeichen weggelassen werden, und es gilt:

$$\arctan\left(\frac{QI \cos \varphi_{iC}}{1 - I \sin \varphi_{iC}}\right) - \varphi_{iC} = -(\varphi_{uA} - \varphi_{iA}) \quad (273)$$

Jetzt kann von beiden Seiten der Gleichung der Tangens berechnet werden:

$$\tan\left(\arctan\left(\frac{QI \cos \varphi_{iC}}{1 - I \sin \varphi_{iC}}\right) - \varphi_{iC}\right) = -\tan(\varphi_{uA} - \varphi_{iA}) \quad (274)$$

Weil mit dem Punkt A der Phasenwinkel und damit der Ausdruck $\varphi_{uA} - \varphi_{iA}$ bereits berechnet wurden, wird für die rechte Seite der Gleichung eine Substitution mit Hilfe der Konstanten C_C vorgenommen.

$$C_C = -\tan(\varphi_{uA} - \varphi_{iA}) \quad (275)$$

Die linke Seite wird mit Hilfe des Theorems

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \quad (276)$$

nach [Bro95] berechnet. Es ergibt sich nach einigen Umformungen

$$\frac{QI \cos^2 \varphi_{iC} - \sin \varphi_{iC} (1 - I \sin \varphi_{iC})}{(1 - I \sin \varphi_{iC}) \cos \varphi_{iC} + QI \sin \varphi_{iC} \cos \varphi_{iC}} = C_c \quad (277)$$

Nun erfolgt eine weitere Substitution mit

$$x = \cos \varphi_{iC} \quad (278)$$

und somit auch

$$\sqrt{1 - x^2} = \sin \varphi_{iC} \quad (279)$$

Damit führt Gl. (277) auf

$$QIx^2 - \sqrt{1 - x^2} + I(1 - x^2) = C_c \left(x - Ix\sqrt{1 - x^2} + QIx\sqrt{1 - x^2} \right) \quad (280)$$

Diese Gleichung kann in ein Polynom 4. Grades umgeformt werden:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (281)$$

mit

$$a = 0 \quad (282)$$

$$b = \frac{2QI^2 - 2I^2 + C_c^2 + 1 - C_c^2 I^2 - C_c^2 Q^2 I^2 + 2C_c^2 QI^2}{Q^2 I^2 - 2QI^2 + I^2 + C_c^2 I^2 - 2C_c^2 QI^2 + C_c^2 Q^2 I^2} \quad (283)$$

$$c = \frac{-2C_c QI}{Q^2 I^2 - 2QI^2 + I^2 + C_c^2 I^2 - 2C_c^2 QI^2 + C_c^2 Q^2 I^2} \quad (284)$$

$$d = \frac{I^2 - 1}{Q^2 I^2 - 2QI^2 + I^2 + C_c^2 I^2 - 2C_c^2 QI^2 + C_c^2 Q^2 I^2} \quad (285)$$

Zusammen mit weiteren Substitutionen (siehe Anhang) ergeben sich für x die beiden Lösungen:

$$x_{1/2} = \frac{1}{2} \left(-\sqrt{2z+b} \pm \sqrt{-2z-3b + \frac{2c}{\sqrt{2z+b}}} \right) \quad (286)$$

Die anderen beiden Lösungen für x sind komplex und werden daher nicht benötigt.

Für den Winkel φ_{iC} gilt dann mit der Lösung x_1 :

$$\cos \varphi_{iC} = \frac{1}{2} \left(-\sqrt{2z+b} + \sqrt{-2z-3b + \frac{2c}{\sqrt{2z+b}}} \right) \quad (287)$$

Mit der Lösung x_2 erhält man den Winkel φ_{iA} . Allerdings ist dabei ein negatives Vorzeichen wegen der Auflösung der Beträge zu berücksichtigen. Somit wird:

$$\cos \varphi_{iA} = -\frac{1}{2} \left(-\sqrt{2z+b} - \sqrt{-2z-3b + \frac{2c}{\sqrt{2z+b}}} \right) \quad (288)$$

Mit Hilfe des Stromwinkels können die restlichen Größen bestimmt werden. Die Stromkomponenten lauten:

$$I_{dC} = I \sin \varphi_{iC} \quad (289)$$

und

$$I_{qC} = I \cos \varphi_{iC} \quad (290)$$

Das bezogene Drehmoment beträgt

$$\frac{M_c}{M_k} = I_{qC} + (Q-1)I_{qC}I_{dC} \quad (291)$$

Die bezogene Leistung im Punkt C entspricht laut Voraussetzung derjenigen im Punkt A:

$$\frac{P_C}{P_k} = \frac{P_A}{P_k} \quad (292)$$

Aufgrund der gleichen Leistung in den Punkten A und C und wegen $F_A = 1$ kann F_C angegeben werden zu

$$F_C = \frac{M_A}{M_C} = \frac{I_{qA} + (Q-1)I_{qA}I_{dA}}{I_{qC} + (Q-1)I_{qC}I_{dC}} \quad (293)$$

Damit erhält man auch die Spannungskomponenten

$$U_{qC} = F_C \frac{1 - I \sin \varphi_{iC}}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}} \quad (294)$$

und

$$U_{dC} = F_C \frac{QI \cos \varphi_{iC}}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}} \quad (295)$$

Der Spannungswinkel φ_{uC} ergibt sich zu

$$\tan \varphi_{uC} = \frac{QI \cos \varphi_{iC}}{1 - I \sin \varphi_{iC}} \quad (296)$$

Für das Beispiel mit den Zahlenwerten $Q = 2,22$ und $I = 0,83$ betragen der Stromwinkel $\varphi_{iC} = 84,62^\circ$ und damit die Stromkomponenten $I_{dC} = 0,826$ und $I_{qC} = 0,077$ sowie die Spannungskomponenten $U_{qC} = 0,708$ und $U_{dC} = 0,705$. Das bezogene Drehmoment ergibt sich daraus zu $M_C / M_k = 0,156$ und führt zusammen mit dem bezogenen Drehmoment im Punkt A von $M_A / M_k = 1,083$ auf den FSB-Faktor $F_C = 6,93$. Die bezogene Leistung beträgt $P_C / P_k = 0,638$. Der Spannungswinkel errechnet sich zu $\varphi_{uC} = 44,86^\circ$, damit wird der Phasenwinkel $\varphi = \varphi_{uC} - \varphi_{iC} = -39,76^\circ$.

4.1.5 Der Betriebspunkt D der maximalen Drehzahl

Bei der maximalen Drehzahl, die der Antrieb erreichen kann, verschwindet das Drehmoment und die Stromkomponenten ergeben sich zu

$$I_{qD} = 0 \quad (297)$$

und

$$I_{dD} = I \quad (298)$$

Damit liegen auch die Spannungskomponenten fest:

$$U_{qD} = 1 \quad (299)$$

und

$$U_{dD} = 0 \quad (300)$$

Wegen Gl. (244) gilt

$$\frac{\omega_D}{\omega_0} = \frac{1}{1 - I} \quad (301)$$

Unter Berücksichtigung von Gl. (236) kann daraus der Feldstellfaktor bestimmt werden:

$$F_D = \frac{\omega_D}{\omega_A} = \frac{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + Q^2 I_{qA}^2}}{1 - I} \quad (302)$$

Aus Gl. (301) erkennt man, dass die maximale Drehzahl ω_D unabhängig von Q ist, weil das wegen $u = \omega_0 \psi_p$ auch für die Leerlaufdrehzahl ω_0 gilt. Der Stromwinkel beträgt

$$\varphi_{iD} = 90^\circ \quad (303)$$

und der Spannungswinkel

$$\varphi_{uD} = 0^\circ \quad (304)$$

Definitionsgemäß ist am Punkt D das bezogene Drehmoment

$$\frac{M_D}{M_k} = 0 \quad (305)$$

und dementsprechend gilt für die Leistung

$$\frac{P_D}{P_k} = 0 \quad (306)$$

4.2 Der Betrieb der Maschine für $I > 1$

Ein Strom, der größer ist als der Kurzschlussstrom ($I > 1$), kann z.B. im Kurzzeitbetrieb auftreten.

4.2.1 Der Auslegungspunkt A

Für $I > 1$ gelten im Auslegungspunkt A die gleichen Formeln wie für $I < 1$. Bei deren Bestimmung mussten keine Fallunterscheidungen bezogen auf die Ströme getroffen werden. Daher erhält man auch hier den Stromwinkel aus

$$\sin \varphi_{iA} = \frac{\sqrt{1 + 8I^2 (Q - 1)^2} - 1}{4I(Q - 1)} \quad (307)$$

womit auch der Längsstrom

$$I_{dA} = I \sin \varphi_{iA} = \frac{\sqrt{1 + 8I^2 (Q - 1)^2} - 1}{4(Q - 1)} \quad (308)$$

und der Querstrom

$$I_{qA} = I \cos \varphi_{iA} = \sqrt{I^2 - \left(\frac{\sqrt{1 + 8I^2 (Q - 1)^2} - 1}{4(Q - 1)} \right)^2} \quad (309)$$

bekannt sind. Bezogenes Drehmoment und bezogene Leistung betragen

$$\frac{M_A}{M_k} = I_{qA} + (Q-1)I_{dA}I_{qA} \quad (310)$$

und

$$\frac{P_A}{P_k} = \frac{I_{qA} + (Q-1)I_{dA}I_{qA}}{\sqrt{(1-I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}} \quad (311)$$

Die Spannungskomponenten ergeben sich aus

$$U_{qA} = \frac{(1-I_{dA})}{\sqrt{(1-I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}} \quad (312)$$

und

$$U_{dA} = \frac{QI_{qA}}{\sqrt{(1-I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}} \quad (313)$$

Schließlich kann noch der Spannungswinkel aus

$$\tan \varphi_{uA} = \frac{QI \cos \varphi_{iA}}{1 - I \sin \varphi_{iA}} \quad (314)$$

bestimmt werden. Bezieht man die Drehzahl im Punkt A auf die Leerlaufdrehzahl, erhält man

$$\frac{\omega_A}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{(1-I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}} \quad (315)$$

Dabei zeigt sich, dass bei einer Maschine mit zunehmendem Strom I die absolute Drehzahl am Auslegungspunkt sinkt.

Im Beispiel mit $I = 1,32$ (Strom begrenzt durch den Stromrichter $i = 400 \text{ A}$ bezogen auf den Kurzschlussstrom $i_k = 302 \text{ A}$) und $Q = 2,22$ ergeben sich im Punkt A folgende Zahlenwerte: Der Stromwinkel beträgt $34,66^\circ$, der Längsstrom wird zu $I_{dA} = 0,751$ und der Querstrom zu $I_{qA} = 1,086$. Daraus erhält man die Spannungen $U_{qA} = 0,1$ und $U_{dA} = 0,99$. Bezogenes Drehmoment und bezo-

gene Leistung errechnen sich zu $M_A / M_k = 2,08$ und $P_A / P_k = 0,858$. Der Spannungswinkel ist $\varphi_{uA} = 84,09^\circ$.

4.2.2 Das Verhalten der Maschine im Feldstellbereich

Zunächst wird wieder der Fall betrachtet, dass die Maschine im gesamten Feldstellbereich sowohl an der Strom- als auch an der Spannungsgrenze betrieben wird. Dies stellt ebenso wie bei der Ausführung der Maschine mit Oberflächenmagneten nicht den optimalen Betrieb dar, wie noch gezeigt wird. **Bild 70** zeigt den zugehörigen Verlauf von Drehmoment und Leistung. Der grundsätzliche Verlauf entspricht demjenigen für $I < 1$. Das Drehmoment ist im Ankerstellbereich konstant und nimmt dann bis zum Punkt D auf Null ab. Die Leistung steigt wegen des konstanten Drehmomentes im ASB bis zum Punkt A linear an, erhöht sich dann weiter bis zu ihrem Maximalwert im Punkt B und fällt dann über Punkt C mit gleicher Leistung wie in Punkt A bis zum Punkt D auf Null ab.

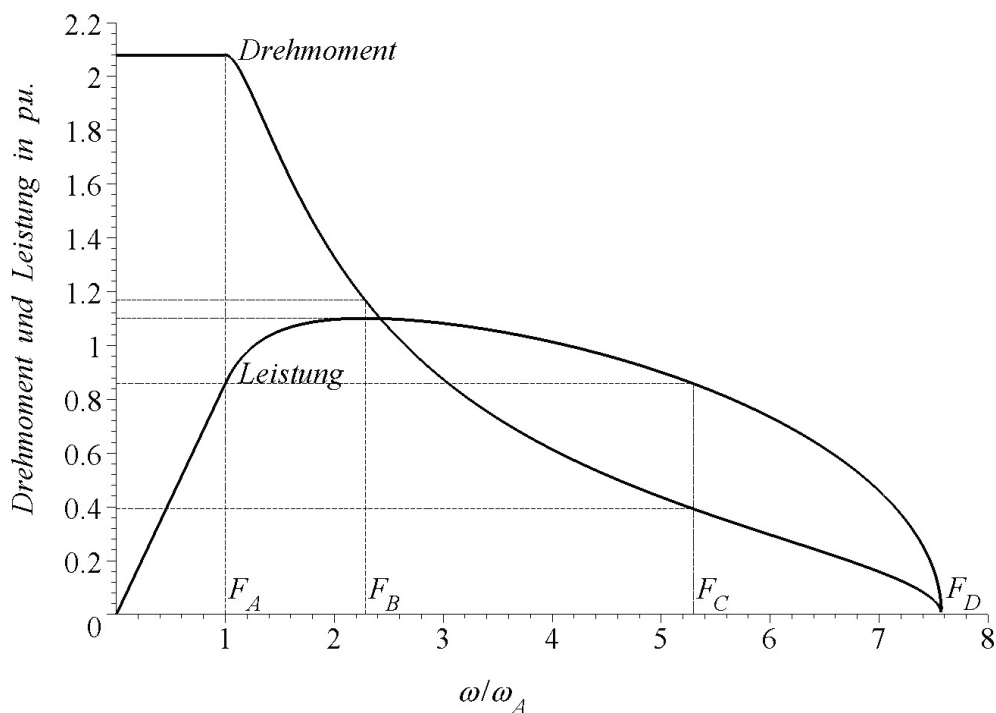


Bild 70 Drehmoment und Leistung für $I = 1,32$ und $Q = 2,22$

In **Bild 71** sind die zugehörige Stromverläufe dargestellt. Der grundsätzliche Verlauf gleicht demjenigen für $I < 1$.

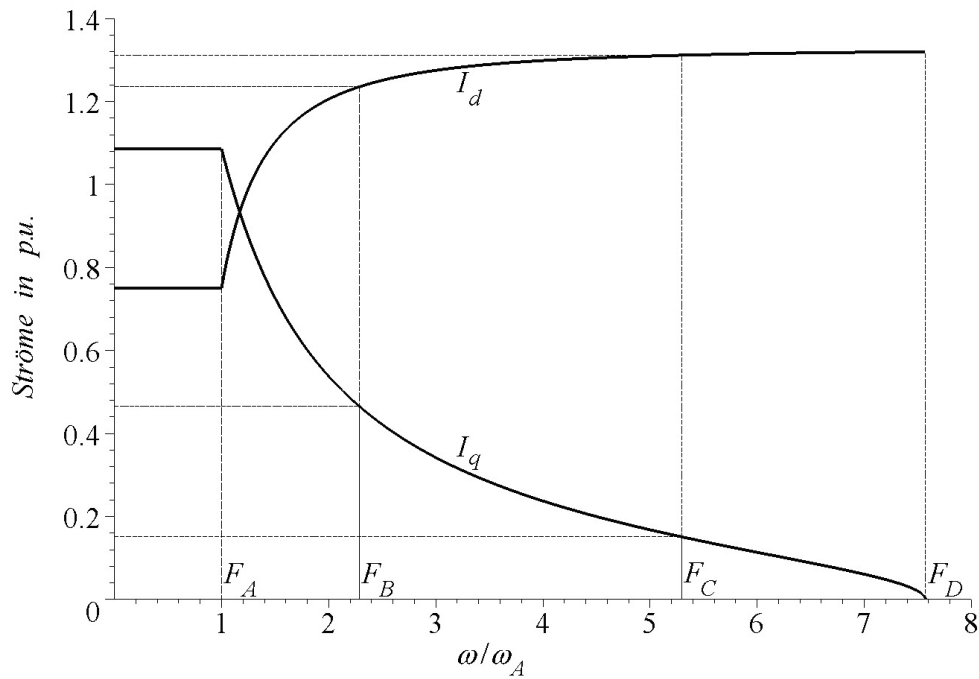


Bild 71 Verlauf von Quer- und Längsstrom bei $I = 1,32$ und $Q = 2,22$

Die Spannungskomponenten aus **Bild 72** unterscheiden sich von denen für den Fall $I < 1$, weil nun die Spannung U_q negativ wird. Sie dreht sich in den 2. Quadranten hinein.

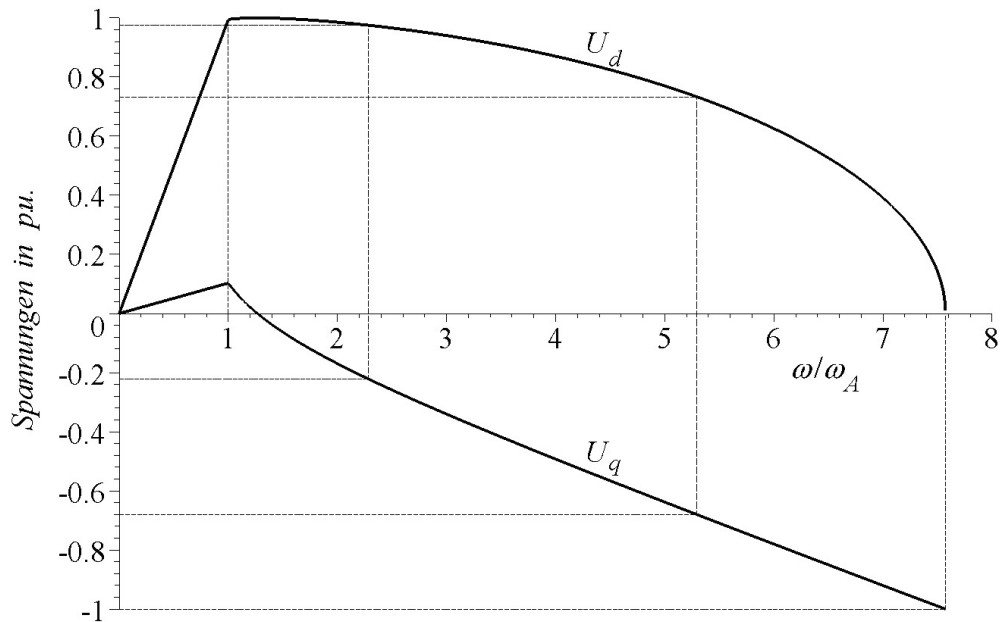


Bild 72 Verlauf der Spannungskomponenten bei $I = 1,32$ und $Q = 2,22$

Damit unterscheiden sich auch die Verläufe von Strom-, Spannungs- und Phasenwinkel von dem Fall $I < 1$ (**Bild 73**). Einzig die Stromwinkel ähneln einander, während sich nun ab dem Punkt A der Spannungswinkel auf $\varphi_u = 180^\circ$ und der Phasenwinkel demzufolge sich bis auf $\varphi = 90^\circ$ erhöhen.

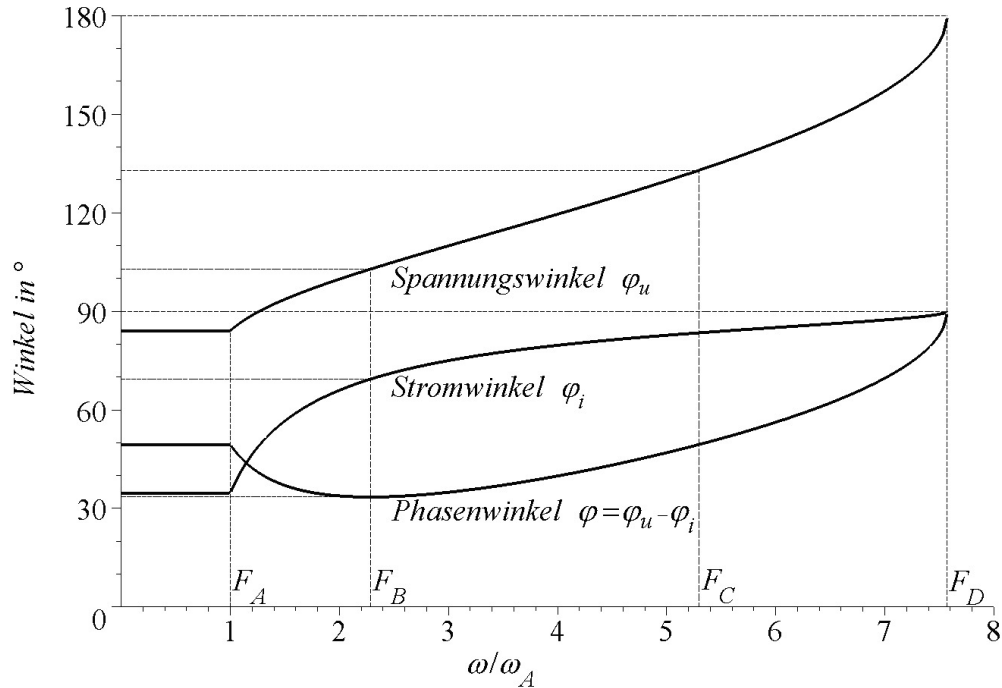


Bild 73 Verlauf von Strom-, Spannungs- und Phasenwinkel bei $I = 1,32$ und $Q = 2,22$

4.2.3 Der Betriebspunkt B der maximalen Leistung

Um den Betriebspunkt B, in dem die maximale Leistung auftritt, zu bestimmen, muss wie für $I < 1$ die Gl. (256) nach I_{dB} abgeleitet und gleich Null gesetzt werden, es ergeben sich wieder die Lösungen aus den Gl. (257) bis (260). Im Gegensatz zu $I < 1$ ist jedoch I_{dB1} keine gültige Lösung: die beiden Lösungen I_{dB1} und I_{dB2} fallen weg, weil sich für $Q > 1$ bei $I > 1$ eine Stromkomponente I_{dB} ergibt, die größer als der maximal zulässige Strom I ist. Die Lösung I_{dB3} ergibt einen negativen Strom, nach Voraussetzung muss dieser Strom aber positiv sein (Betrag), um ein erhöhtes Drehmoment zu erhalten. Somit verbleibt als einzig gültige Lösung I_{dB4} , die im weiteren als I_{dB} bezeichnet wird.

$$I_{dB} = \frac{Q - 2 + \sqrt{5Q^2 - 4Q + 4Q^4 I^2 - 4Q^3 I^2 - 4Q^2 I^2 + 4Q I^2}}{2(Q^2 - 1)} \quad (316)$$

Damit kann auch die Stromkomponente I_{qB} angegeben werden zu

$$\begin{aligned}
 I_{qB} &= \sqrt{I^2 - I_{dB}^2} = \\
 &= \sqrt{I^2 - \frac{\left(Q - 2 + \sqrt{(Q^3 - Q^2 - Q + 1)4QI^2 + 5Q^2 - 4Q}\right)^2}{4(Q^2 - 1)^2}}
 \end{aligned} \tag{317}$$

Der Stromwinkel errechnet sich aus

$$\sin \varphi_{iB} = \frac{I_{dB}}{I} \tag{318}$$

und der Spannungswinkel aus

$$\tan \varphi_{uB} = \frac{QI \cos \varphi_{iB}}{1 - I \sin \varphi_{iB}} \tag{319}$$

Man erhält die bezogene Leistung zu

$$\frac{P_B}{P_k} = \frac{I_{qB} + (Q - 1)I_{qB}I_{dB}}{\sqrt{(1 - I_{dB})^2 + (QI_{qB})^2}} \tag{320}$$

sowie das bezogene Drehmoment zu

$$\frac{M_B}{M_k} = If_{RB} = I_{qB} + (Q - 1)I_{dB}I_{qB} \tag{321}$$

Der Feldstellfaktor beträgt

$$F_B = \sqrt{\frac{(1 - I_{dB})^2 + (QI_{qA})^2}{(1 - I_{dB})^2 + (QI_{qB})^2}} \tag{322}$$

Damit stehen auch die Querspannung

$$U_{qB} = F_B \frac{1 - I \sin \varphi_{iB}}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}} \quad (323)$$

und die Längsspannung

$$U_{dB} = F_B \frac{QI \cos \varphi_{iB}}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}} \quad (324)$$

fest. Bei dem gewählten Beispiel mit $I = 1,32$ und $Q = 2,22$ ergeben sich für die Stromkomponenten die Werte $I_{dB} = 1,235$ und $I_{qB} = 0,466$. Daraus lässt sich ein Stromwinkel von $\varphi_{iB} = 69,3^\circ$ und ein Spannungswinkel von $\varphi_{uB} = 102,8^\circ$ bestimmen. Der FSB-Faktor wird zu $F_B = 2,283$. Damit sind die Spannungs-komponenten $U_{qB} = -0,22$ und $U_{dB} = 0,975$. Das bezogene Drehmoment kann mit $M_B/M_k = 1,169$ und die bezogene Leistung mit $P_B/P_k = 1,101$ angegeben werden.

4.2.4 Der Betriebspunkt C mit der gleichen Leistung wie in Punkt A

Bei der Berechnung des Betriebspunktes C, der dieselbe Leistung aufweist wie der in Punkt A, geht man davon aus, dass im Punkt C der Phasenwinkel $\varphi_C = \varphi_{uC} - \varphi_{iC}$ denselben Betrag hat wie der in Punkt A, $\varphi_A = \varphi_{uA} - \varphi_{iA}$. Dies muss erfüllt sein, weil die Beträge der Strom- und der Spannungsraumzeiger in diesen beiden Punkten gleich sind und für die Leistung daher gilt

$$P = \frac{m}{2} ui \cos(\varphi_u - \varphi_i) \quad (325)$$

Damit folgt

$$\varphi_{uC} - \varphi_{iC} = \varphi_{uA} - \varphi_{iA} \quad (326)$$

Der Spannungswinkel φ_{uC} kann nach Gl. (255) durch den Stromwinkel φ_{iC} ausgedrückt werden:

$$\arctan \left(\frac{QI \cos \varphi_{iC}}{1 - I \sin \varphi_{iC}} \right) - \varphi_{iC} \quad (327)$$

Jetzt kann von beiden Seiten der Gleichung der Tangens berechnet werden:

$$\tan \left(\arctan \left(\frac{QI \cos \varphi_{iC}}{1 - I \sin \varphi_{iC}} \right) - \varphi_{iC} \right) = \tan (\varphi_{uA} - \varphi_{iA}) \quad (328)$$

Weil der Punkt A und somit $(\varphi_{uA} - \varphi_{iA})$ bereits feststehen, wird für die rechte Seite der Gleichung eine Substitution mit Hilfe der Konstanten C_C vorgenommen.

$$C_C = \tan (\varphi_{uA} - \varphi_{iA}) \quad (329)$$

Damit kann analog zu den Gl. (276) bis (287) der Steuerwinkel φ_{iC} bestimmt und nach Gl. (249) der Längsstrom

$$I_{dC} = I \sin \varphi_{iC} \quad (330)$$

und damit der Querstrom

$$I_{qC} = \sqrt{I^2 - I_{dC}^2} \quad (331)$$

berechnet werden.

Der Feldstellfaktor ergibt sich durch Auflösen der Gleichung (248) nach F :

$$F_c = \frac{\sqrt{(1 + Q^2 I^2 - Q^2 I_{dC}^2 + I_{dC}^2 - 2I_{dC}) \left((1 - I_{dA})^2 + Q^2 I_{qA}^2 \right)}}{(I_{dC} - 1)^2 + Q^2 (I^2 - I_{dC}^2)} \quad (332)$$

Die negative Lösung ist dabei vernachlässigt. Damit sind auch die Spannungskomponenten

$$U_{qC} = F_C \frac{1 - I \sin \varphi_{iC}}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}} \quad (333)$$

und

$$U_{dC} = F_C \frac{QI \cos \varphi_{iC}}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}} \quad (334)$$

bekannt. Der Spannungswinkel φ_{uC} ist nach Gl. (255)

$$\varphi_{uC} = \arctan \left(\frac{QI \cos \varphi_{iC}}{1 - I \sin \varphi_{iC}} \right) \quad (335)$$

Zur Kontrolle werden noch das bezogene Drehmoment

$$\frac{M_C}{M_k} = I \cos \varphi_{iC} + (Q - 1) I^2 \sin \varphi_{iC} \cos \varphi_{iC} \quad (336)$$

und die bezogene Leistung

$$\frac{P_C}{P_k} = \frac{M_C}{M_k} \frac{\omega_C}{\omega_0} = \frac{M_C}{M_k} \frac{\omega_c}{\omega_A} \frac{\omega_A}{\omega_0} = \quad (337)$$

$$F_C \frac{I \cos \varphi_{iC} + (Q - 1) I^2 \sin \varphi_{iC} \cos \varphi_{iC}}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}}$$

berechnet. Die abgeleiteten Beziehungen erscheinen vor allem für die Punkte B und C zum Teil unübersichtlich, sind aber trotzdem leicht auswertbar. Man erhält auf diese Weise einen genauen Einblick in die Strom- und Spannungsverhältnisse (Beträge und Winkel) der PM-Maschine im FSB, die für Steuerungszwecke verwendet werden können.

Für das gewählte Beispiel mit $I = 1,32$ und $Q = 2,22$ ergeben sich für x die beiden Lösungen $x_1 = 0,1145$ und $x_2 = 0,8225$, wozu die beiden Winkel $83,43^\circ$ und $34,66^\circ$ gehören. Der kleinere der beiden Winkel ist der Stromwinkel im Punkt A φ_{iA} ($= 34,66^\circ$), während die andere Lösung den gesuchten Stromwinkel im Punkt C φ_{iC} ($= 83,43^\circ$) ergibt. Man erhält für das obige Beispiel den Längsstrom $I_{dC} = 1,31$ und den Querstrom $I_{qC} = 0,15$. Dadurch steht der Feldstellfaktor mit $F_C = 5,295$ fest. Die Spannungen betragen $U_{dC} = 0,733$ und $U_{qC} = -0,68$. Der Spannungswinkel ist $\varphi_{uC} = 132,8^\circ$. Damit sind die Phasenwinkel $\varphi_{uC} - \varphi_{iC}$ und $\varphi_{uA} - \varphi_{iA}$ gleich. Ebenso entspricht die Leistung ($P_C / P_k = 0,858$) derjenigen im Punkt A. Wird das Drehmoment

($M_c / M_k = 0,393$) mit dem FSB-Faktor F_c multipliziert, errechnet sich das Drehmoment im Punkt A.

4.2.5 Der Betriebspunkt D der maximalen Drehzahl

Wie bereits erwähnt, sind im Betriebspunkt D alle Größen unabhängig von Q , so dass sich in diesem Fall dieselben Beziehungen wie für den Fall $Q=1$ ergeben. Somit ergibt sich auch derselbe FSB-Faktor, in diesem Beispiel ist $F_D = 9,98$. Allerdings verringert sich mit zunehmendem Q die Drehzahl ω_A (Bild 88), so dass die absolute Drehzahl mit steigendem Q geringer wird. Damit betragen Längsstrom

$$I_{dD} = I \quad (338)$$

und Querstrom

$$I_{qD} = 0 \quad (339)$$

womit sich der Stromwinkel zu

$$\varphi_{iD} = 90^\circ \quad (340)$$

bestimmt. Die Spannungskomponenten stehen mit

$$U_{qD} = -1 \quad (341)$$

sowie

$$U_{dD} = 0 \quad (342)$$

fest, der Spannungswinkel beträgt damit

$$\varphi_{uD} = 180^\circ \quad (343)$$

Das Drehmoment

$$\frac{M_D}{M_k} = 0 \quad (344)$$

und die Leistung

$$\frac{P_D}{P_k} = 0 \quad (345)$$

verschwinden. Schließlich kann noch der Feldstellfaktor mit

$$F_D = \frac{\sqrt{I^2 + 1}}{I - 1} \quad (346)$$

angegeben werden.

4.2.6 Der Betrieb im unendlichen Feldstellbereich mit $I_d=1$

Für den Fall $I > 1$ existiert theoretisch ein unendlich großer Feldstellbereich. Wird wie bei $Q=1$ der Längsstrom zu $I_d=1$ gesetzt, verschwindet die Spannungskomponente in der q-Achse, weil die Polradspannung vollständig kompensiert wird. Es existiert nur noch eine Spannungskomponente in d-Richtung, die vom Strom I_q verursacht wird. Für das Beispiel mit $I=1,32$ und $Q=2,22$ zeigt das **Bild 74** die Drehmomentverläufe für den Fall, dass stets der zulässige Strom eingepreßt wird sowie für den Fall des unendlichen Feldstellbereichs, bei dem im dargestellten Bild die Komponente $I_d = 1$ gesetzt wird.

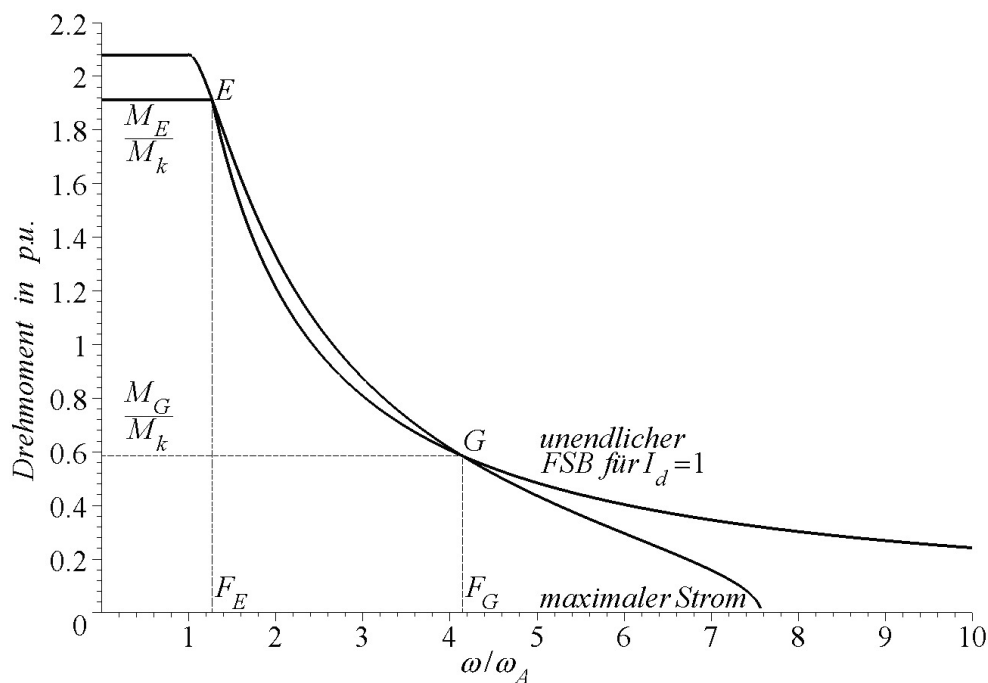


Bild 74 Drehmomentverläufe im Feldstellbereich für $I=1,32$ und $Q=2,22$

Aus diesem Grund ist das Drehmoment zu Beginn des Feldstellbereiches konstant, weil zwar die maximale Spannung noch nicht erreicht ist, aber der maximal erlaubte Grenzstrom ein höheres Drehmoment verhindert. Im Punkt A beträgt der Längsstrom im Beispiel für den Betrieb mit dem maximalen Strom nur $I_d = 0,75$, so dass der Querstrom einen höheren Wert annehmen kann und das Drehmoment hier insgesamt höher liegt. Der Punkt E, an dem die beiden Drehmomente erstmals den gleichen Wert annehmen, lässt sich berechnen, indem in Gl. (248) die Stromkomponente $I_d = 1$ gesetzt und nach F_E aufgelöst wird. Es ergibt sich der Feldstellfaktor

$$F_E = \frac{\sqrt{(I^2 - 1) \left((1 - I_{dA})^2 + (Q I_{qA})^2 \right)}}{Q(I^2 - 1)} \quad (347)$$

Der Zahlenwert bei $I = 1,32$ und $Q = 2,22$ beträgt $F_E = 1,267$. An diesem Punkt hat die von der Stromkomponente I_q verursachte Spannungskomponente die Grenzspannung u erreicht. Mit zunehmender Drehzahl muss nun der Querstrom I_q indirekt proportional sinken. Für das bezogene Drehmoment gilt wegen Gl. (243) bei $I_d = 1$

$$\frac{M}{M_k} = Q I_q \quad (348)$$

Der Verlauf des Drehmomentes stellt wegen der umgekehrten Proportionalität ($I_q : \frac{1}{F}$) eine Hyperbel dar. Der zweite Schnittpunkt G der beiden Drehmomentverläufe lässt sich mit derselben Vorgehensweise wie bei der Berechnung des Punktes C bestimmen. Aus den bekannten Stromkomponenten $I_{dE} = 1$ und $I_{qE} = \sqrt{I^2 - 1}$ kann der Stromwinkel φ_{iE} bestimmt werden:

$$\sin \varphi_{iE} = \frac{I_{dE}}{I} = \frac{1}{I} \quad (349)$$

Der Spannungswinkel beträgt voraussetzungsgemäß $\varphi_{uE} = 90^\circ$. Somit ergibt sich für den Tangens des Phasenwinkels φ_E

$$\tan \varphi_E = \tan(\varphi_{uE} - \varphi_{iE}) = \tan(90^\circ - \varphi_{iE}) = \cot \varphi_{iE} = C_E \quad (350)$$

der durch die Konstante C_E substituiert wird. Im Punkt G ist die Leistung für den Betrieb mit maximalem Drehmoment genauso groß wie im Punkt E und hat den Wert $P_E / P_k = P_G / P_k = 1$. Für den Betrieb mit maximalem Strom bedeutet dies, dass der Phasenwinkel am Punkt E dem Phasenwinkel am Punkt G entspricht. Damit kann entsprechend den Gln. (276) bis (288) der Stromwinkel φ_{iG} und daraus alle restlichen Größen bestimmt werden. Für dieses Beispiel ergibt sich, dass der Schnittpunkt der beiden Kennlinien bei $F_G = 4,14$ liegt. Das zugehörige bezogene Drehmoment beträgt $M_G / M_k = 0,585$. **Bild 75** zeigt die Aufteilung des Gesamtmomentes in das Hauptmoment und das Reluktanzmoment. Das Reluktanzmoment ist über den gesamten Drehzahlbereich größer als das Hauptmoment, weil der Faktor Q größer als 2 ist.

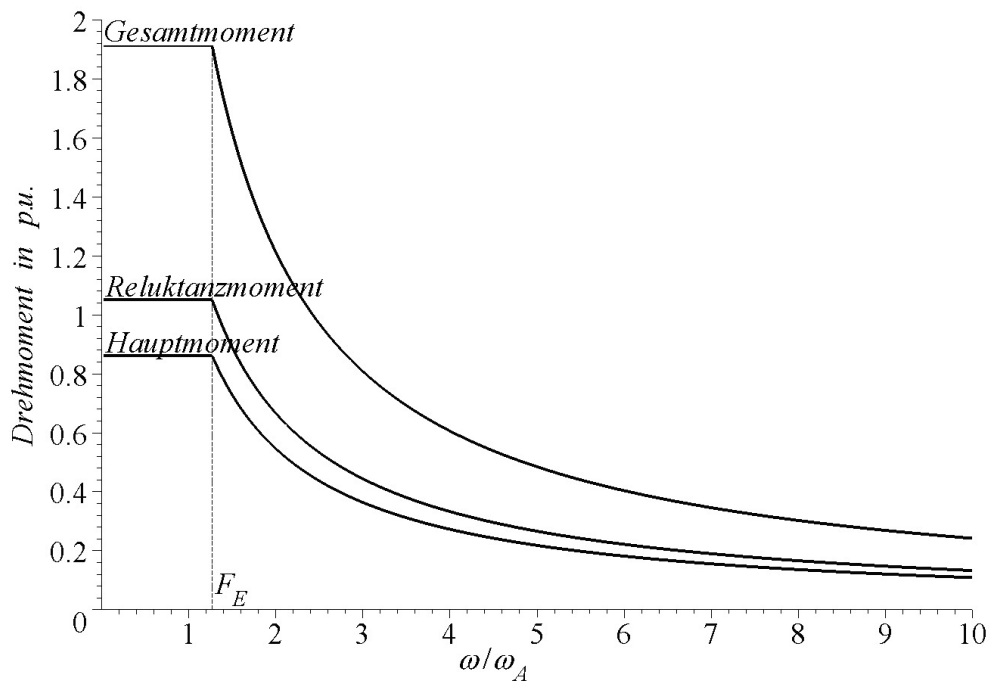


Bild 75 Hauptmoment und Reluktanzmoment bei $I_d = 1$ für $I = 1,32$ und $Q = 2,22$

In **Bild 76** sind die Stromverläufe der beiden Komponenten sowie des Gesamtstromes dargestellt. Die d-Komponente liegt konstant bei $I_d = 1$, die q-Komponente verläuft ab dem Punkt E parabelförmig. Der Gesamtstrom I nimmt ab dem Punkt E ab und nähert sich dem bezogenen Strom $I_d = 1$ an.

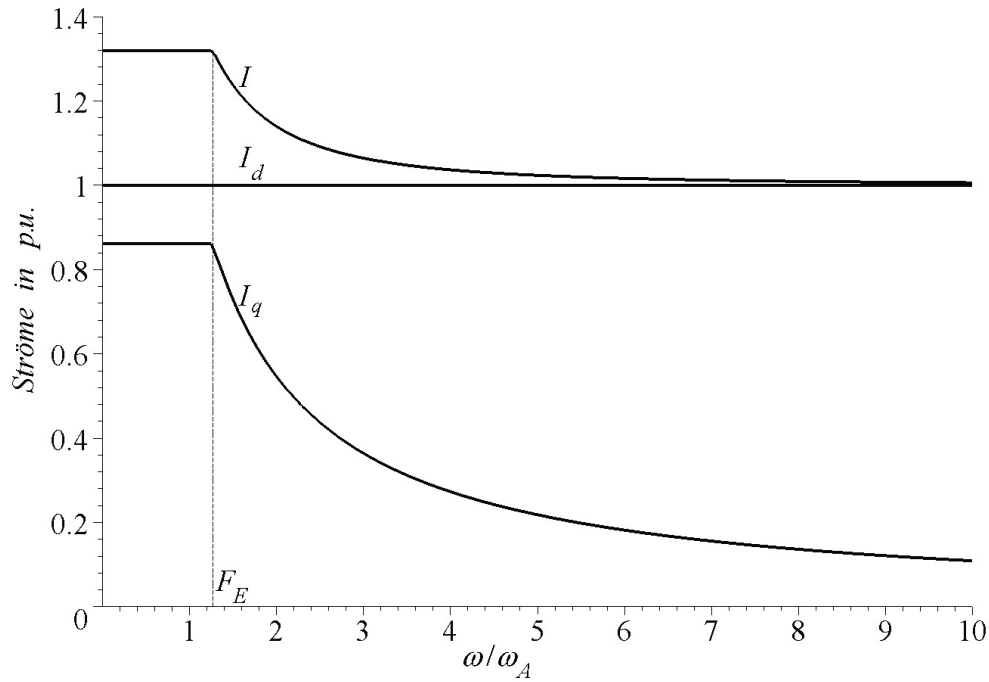


Bild 76 Stromverläufe für unendlichen Feldstellbereich
($I = 1,32$ und $Q = 2,22$)

Für die Leistung im unendlichen Feldstellbereich gilt, dass sie ab dem Punkt E konstant ist, wenn man die Stromkomponente I_d zu 1 einstellt (**Bild 77**). Dies ergibt sich aus der indirekten Proportionalität von Drehzahl und Drehmoment. Am Punkt E ist der Strom noch maximal und die Komponente $I_d = 1$, so dass man für das bezogene Drehmoment an diesem Punkt

$$\frac{M_E}{M_k} = QI_q = Q\sqrt{I^2 - 1} \quad (351)$$

erhält. Somit gilt für die bezogene Leistung im Punkt E nach Gl. (252), in die Gl. (347) eingesetzt wird:

$$\frac{P_E}{P_k} = \frac{M_E}{M_k} \frac{\omega_E}{\omega_0} = \frac{M_E}{M_k} \frac{\omega_E}{\omega_A} \frac{\omega_A}{\omega_0} = F_E \frac{Q\sqrt{I^2 - 1}}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + (QI_{qA})^2}} = 1 \quad (352)$$

Weil die Leistung ab dem Punkt B konstant und den Wert $P/P_k = 1$ aufweist, ist das Drehmoment bei konstantem Strom $I_d = 1$ zwischen den Punkten E und G immer kleiner als bei maximalem Strom I , weil in diesem Fall die Leistung $P/P_k > 1$ wird. Es empfiehlt sich daher, die Maschine bis zum Punkt G mit maximalem Strom I und erst danach mit konstantem Strom $I_d = 1$ zu betreiben.

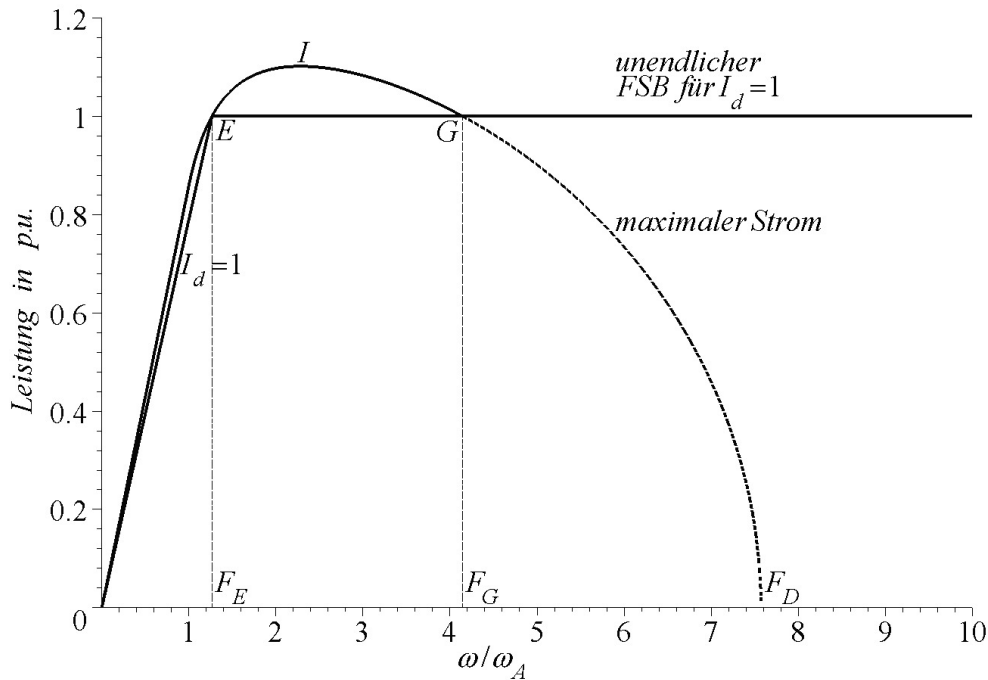


Bild 77 Bezogene Leistung für konstantes I und konstantes $I_d (=1)$ für $I = 1,32$ und $Q = 2,22$

In **Bild 78** sind der Stromwinkel φ_i , der Spannungswinkel φ_u sowie der Phasenwinkel $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ dargestellt. Der Spannungswinkel beträgt konstant 90° , weil wegen $I_d = 1$ keine q-Komponente der Spannung existiert. Der Stromwinkel beginnt nach Gl. (349) bei $49,25^\circ$, bleibt bis zum Punkt E konstant, weil bis zum Punkt E sowohl $I_d (=1)$ als auch I_q (wegen der Stromgrenze I) konstant sind. Ab dem Punkt E nähert sich der Stromwinkel dem Winkel $\varphi_i = 90^\circ$ an, weil I_d konstant ist und I_q geringer wird. Der Phasenwinkel $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ nähert sich mit steigender Drehzahl dem Wert Null an.

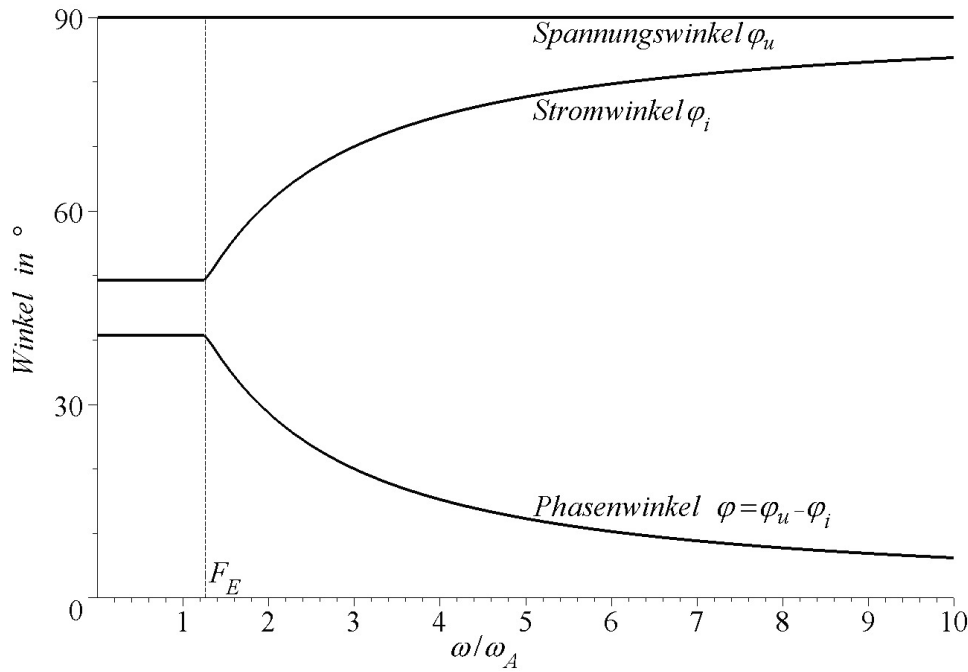


Bild 78 Phasenwinkel für unendlichen Feldstellbereich für $I = 1,32$ und $Q = 2,22$

4.2.7 Der Betrieb im Feldstellbereich mit maximaler Leistung

Beim unendlichen Stellbereich mit dem Längsstrom $I_d = 1$ erkennt man, dass das maximale Drehmoment bei höheren Drehzahlen ansteigt, wenn sich der Gesamtstrom verringert. Es stellt sich daher die Frage, wie die Stromkomponenten eingeprägt werden müssen, um stets das maximale Drehmoment zu erhalten. Es handelt sich dabei um ein Optimierungsproblem mit Ungleichungsnebenbedingungen, das nach [Pap90] gelöst werden kann. Die zu optimierende Größe ist das bezogene Drehmoment

$$\frac{M}{M_k} = I_q + (Q - 1)I_d I_q \quad (353)$$

Die Nebenbedingungen lauten

$$I_d^2 + I_q^2 \leq I^2 \quad (354)$$

sowie

$$(1 - I_d)^2 + (Q I_q)^2 \leq \frac{1}{F^2} \left((1 - I_{dA})^2 + (Q I_{qA})^2 \right) = \frac{C}{F^2} \quad (355)$$

mit der Substitution

$$C = \left((1 - I_{dA})^2 + (Q I_{qA})^2 \right) \quad (356)$$

Ist nur die Nebenbedingung aus Gl. (354) aktiv (das bedeutet ASB), so lautet die Lagrange-Funktion

$$L(I_d, I_q, \mu_1) = -I_q - (Q - 1) I_d I_q + \mu_1 (I_d^2 + I_q^2 - I^2) \quad (357)$$

Dabei ergeben sich die negativen Vorzeichen daraus, dass ein Maximum berechnet werden soll, aber mit dem Verfahren ein Minimum bestimmt wird. Durch das negative Vorzeichen wird aus dem Maximum ein Minimum. Wird die Lagrange-Funktion nach I_d abgeleitet, so ergibt sich

$$L_{I_d}(I_d, I_q, \mu_1) = -(Q - 1) I_q + 2\mu_1 I_d = 0 \quad (358)$$

Entsprechend erhält man die Ableitung nach I_q

$$L_{I_q}(I_d, I_q, \mu_1) = -1 - (Q - 1) I_d + 2\mu_1 I_q = 0 \quad (359)$$

Aus Gl. (358) kann μ_1 bestimmt und in Gl. (359) eingesetzt werden. Wegen der aktiven Nebenbedingung aus Gl. (354) gilt

$$I_d^2 + I_q^2 = I^2 \quad (360)$$

Daraus kann I_d berechnet werden. Es ergibt sich wie in Gl. (308)

$$I_d = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8I^2(Q - 1)^2}}{4(Q - 1)} \quad (361)$$

Im Beispiel ist diese Stromkomponente $I_d = 0,75$ mit $I = 1,32$ und $Q = 2,22$. Aus dieser Stromkomponente lassen sich nun alle anderen Größen berechnen. Das bezogene Drehmoment beträgt $M / M_k = 2,08$. Es ist unabhängig von der Drehzahl, solange man sich im Ankerstellbereich befindet. Dies gilt jedoch nur, wenn außer der Nebenbedingung aus Gl. (354) keine andere aktiv ist. Ist die Nebenbedingung aus Gl. (355) zusätzlich erfüllt, muss das maximale Drehmoment neu berechnet werden, weil nun der Ankerstellbereich verlassen wird. Dies ist der Fall, wenn der Punkt A erreicht worden ist. Ab dem Punkt A sind

sowohl die Stromgrenze als auch die Spannungsgrenze aktiv. Daher gilt die Lagrange-Funktion

$$L(I_d, I_q, \mu_1, \mu_2) = -I_q - (Q-1)I_d I_q + \mu_1 (I_d^2 + I_q^2 - I^2) + \mu_2 \left((1-I_d)^2 + (QI_q)^2 - \frac{C}{F^2} \right) \quad (362)$$

Da beide Grenzen aktiv sind, ergibt sich ein Verlauf des Drehmomentes wie im Fall $I = \text{const.}$ bis zu dem Punkt H (vgl. Bild 79), an dem der Strom abnimmt, um maximales Drehmoment zu erreichen. Dies bedeutet, dass die Bedingung $I_d^2 + I_q^2 = I^2$ nicht mehr aktiv ist. Dann muss μ_1 zu Null werden. Aus Gl. (362) erhält man die folgenden Ableitungen

$$L_{I_q}(I_d, I_q, \mu_1, \mu_2) = -1 - (Q-1)I_d + 2\mu_1 I_q + 2\mu_2 Q^2 I_q = 0 \quad (363)$$

$$L_{I_d}(I_d, I_q, \mu_1, \mu_2) = -(Q-1)I_q + 2\mu_1 I_d - 2\mu_2 (1-I_d) = 0 \quad (364)$$

Außerdem sind die beiden Ungleichungsnebenbedingungen aktiv, so dass gilt

$$I_d^2 + I_q^2 = I^2 \quad (365)$$

und

$$(1-I_d)^2 + (QI_q)^2 = \frac{C}{F^2} \quad (366)$$

Gl. (364) wird nach μ_2 aufgelöst, man erhält

$$2\mu_2 = \frac{-(Q-1)I_q + 2\mu_1 I_d}{(1-I_d)} \quad (367)$$

Gl. (365) wird nach I_q aufgelöst und zusammen mit Gl. (367) in Gl. (363) eingesetzt, die dann nach μ_1 aufgelöst werden kann:

$$\mu_1 = \frac{(1-Q-Q^3+Q^2)I_d^2 + (Q-2)I_d + (1+Q^3I^2-Q^2I^2)}{2\sqrt{I^2-I_d^2}(1+(Q-1)I_d)} \quad (368)$$

Wird nun μ_1 zu Null, kann daraus der zugehörige Strom I_{dH} berechnet werden:

$$I_{dH} = \frac{-2 + Q + \sqrt{(4Q^6 - 8Q^5 + 8Q^4 - 8Q^3 + 4Q^2)I^2 + 4Q^3 - 3Q^2}}{2(Q^3 - Q^2 + Q - 1)} \quad (369)$$

Mit Hilfe der nach F_H aufgelösten Gl. (248) (die auch für $I > 1$ gültig ist) kann der zu diesem Strom gehörige FSB-Faktor bestimmt werden:

$$F_H = \frac{\sqrt{(1 + Q^2 I^2 - Q^2 I_{dH}^2 + I_{dH}^2 - 2I_{dH})((1 - I_{dA})^2 + Q^2 I_{qA}^2)}}{(I_{dH} - 1)^2 + Q^2 (I^2 - I_{dH}^2)} \quad (370)$$

Im Beispiel ergibt sich für den Punkt H die Stromkomponente von $I_{dH} = 1,275$ bei einem FSB-Faktor $F_H = 3,002$. Die q-Komponente des Stromes beträgt $I_{qH} = 0,342$ und das bezogene Drehmoment $M / M_k = 0,874$. Ab dem Punkt H ist nur noch die Ungleichungsnebenbedingung aus Gl. (355) aktiv. Die zugehörige Lagrange-Funktion lautet

$$L(I_d, I_q, \mu_2) = -I_q - (Q - 1)I_d I_q + \mu_2 \left((1 - I_d)^2 + (Q I_q)^2 - \frac{C}{F^2} \right) \quad (371)$$

mit den Ableitungen

$$L_{I_q}(I_d, I_q, \mu_2) = -1 - (Q - 1)I_d + 2\mu_2 Q^2 I_q = 0 \quad (372)$$

$$L_{I_d}(I_d, I_q, \mu_2) = -(Q - 1)I_q - 2\mu_2 (1 - I_d) = 0 \quad (373)$$

Löst man Gl. (373) nach μ_2 und die Nebenbedingung

$$(1 - I_d)^2 + (Q I_q)^2 = \frac{1}{F^2} \left((1 - I_{dA})^2 + (Q I_{qA})^2 \right) = \frac{C}{F^2} \quad (374)$$

nach I_q auf und setzt beide in Gl. (372) ein, so ergibt sich

$$1 + (Q - 1)I_d + \frac{(Q - 1) \left(\frac{C}{F^2} - (1 - I_d)^2 \right)}{1 - I_d} = 0 \quad (375)$$

Für den Längsstrom erhält man

$$I_d = \frac{3Q - 4 + \sqrt{Q^2 + 8(Q-1)^2 \frac{C}{F^2}}}{4(Q-1)} \quad (376)$$

Aus der Nebenbedingung Gl. (374) lässt sich der zugehörige Querstrom I_q berechnen

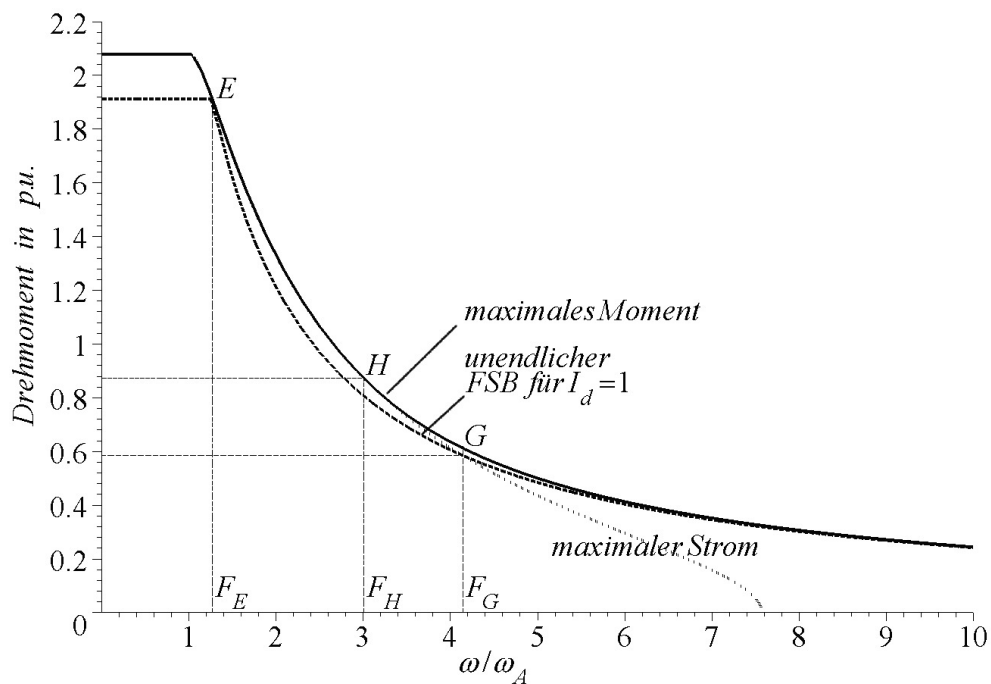
$$I_q = \frac{\sqrt{-2Q^2 + 2Q\sqrt{Q^2 + 8(Q-1)^2 \frac{C}{F^2}} + 8(Q-1)^2 \frac{C}{F^2}}}{4Q(Q-1)} \quad (377)$$

Damit beträgt das Drehmoment

$$\frac{M}{M_k} = \frac{\sqrt{2Q\sqrt{Q^2 - 8(Q-1)^2 \frac{C}{F^2}} - 8(Q-1)^2 \frac{C}{F^2} - 2Q^2}}{16Q(Q-1)} \quad (378)$$

$$\left(3Q + \sqrt{Q^2 + 8(Q-1)^2 \frac{1}{F^2}} \right)$$

In **Bild 79** sind verschiedene Drehmomente dargestellt. Das Maximalmoment stimmt bis zur bezogenen Drehzahl F_H mit dem Drehmoment für $I = const.$ überein. Danach fällt das Drehmoment für $I = const.$ stärker ab und wird bei der auf ω_A bezogenen Drehzahl F_D schließlich zu Null. Das Drehmoment für $I_d = 1$ ist zu Beginn konstant. Am Punkt F_E nehmen alle drei Drehmomente denselben Wert an. Das Drehmoment für $I_d = 1$ fällt zunächst stärker als das Maximalmoment, um sich mit weiter steigender Drehzahl wieder dem Maximalmoment anzunähern.

Bild 79 Drehmomente für $I = 1,32$ und $Q = 2,22$

Die Aufteilung des Gesamtmomentes in Hauptmoment und Reluktanzmoment zeigt **Bild 80**. Anfangs ist das Hauptmoment noch höher als das Reluktanzmoment, aber schon bei geringfügig höheren Drehzahlen ändert sich das. Dies ist auf den Faktor Q zurückzuführen, der im Beispiel größer als 2 ist.

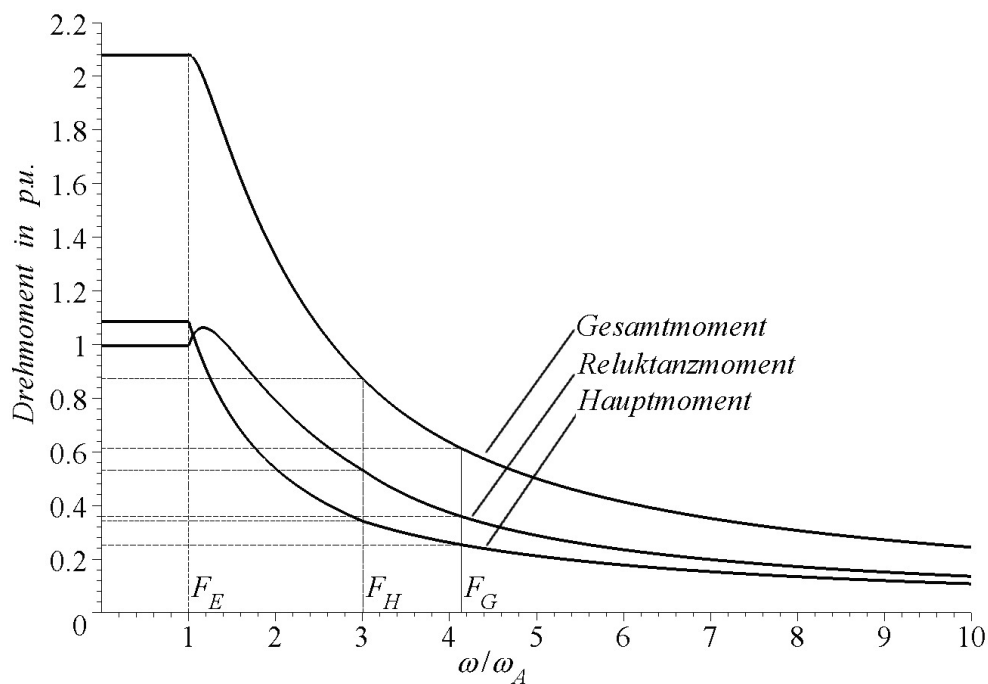
Bild 80 Aufteilung der Drehmomente für $I = 1,32$ und $Q = 2,22$

Bild 81 zeigt die bezogenen Ströme für die maximale Leistung. Die Stromkomponente I_q verringert sich mit zunehmender Drehzahl. Dagegen steigt die Stromkomponente I_d bis zum Punkt $F_H = 3,002$ auf den Wert $I_{dH} = 1,275$ an, um danach wieder abzunehmen und gegen den Wert $I_d = 1$ zu konvergieren, was dem unendlichen Feldstellbereich entspricht. Der Gesamtstrom bleibt bis zur bezogenen Drehzahl F_H beim konstanten Maximalwert $I = 1,32$, um sich danach ebenfalls dem Wert $I = 1$ anzunähern.

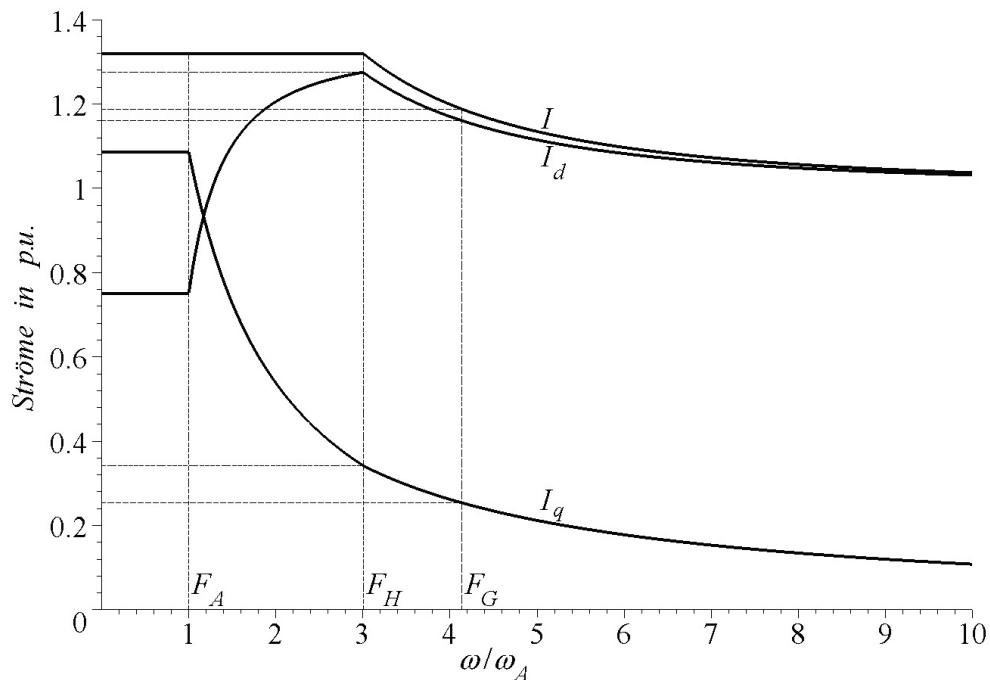


Bild 81 Ströme bei maximaler Leistung für $I = 1,32$ und $Q = 2,22$

Bild 82 zeigt die Leistungen für die unterschiedlichen Betriebsarten. Wird die Maschine immer mit dem maximalen Strom betrieben, wird bis zum Punkt H die maximale Leistung erreicht. Im Punkt G ist die Stromkomponente $I_d = 1$, mit weiter steigender Drehzahl wird die Leistung beim FSB-Faktor F_D zu Null. Wird der Längsstrom $I_d = 1$ gesetzt und der jeweils maximale Querstrom eingepreßt, wird der Feldstellbereich unendlich groß, aber die Maschine erreicht nicht die maximal mögliche Leistung. Diese erhält man, wenn bis zum Punkt H die Maschine mit dem maximalen Strom I betrieben und darüber hinaus der Gesamtstrom verringert wird. Der Längsstrom nähert sich dem Wert $I_d = 1$ an.

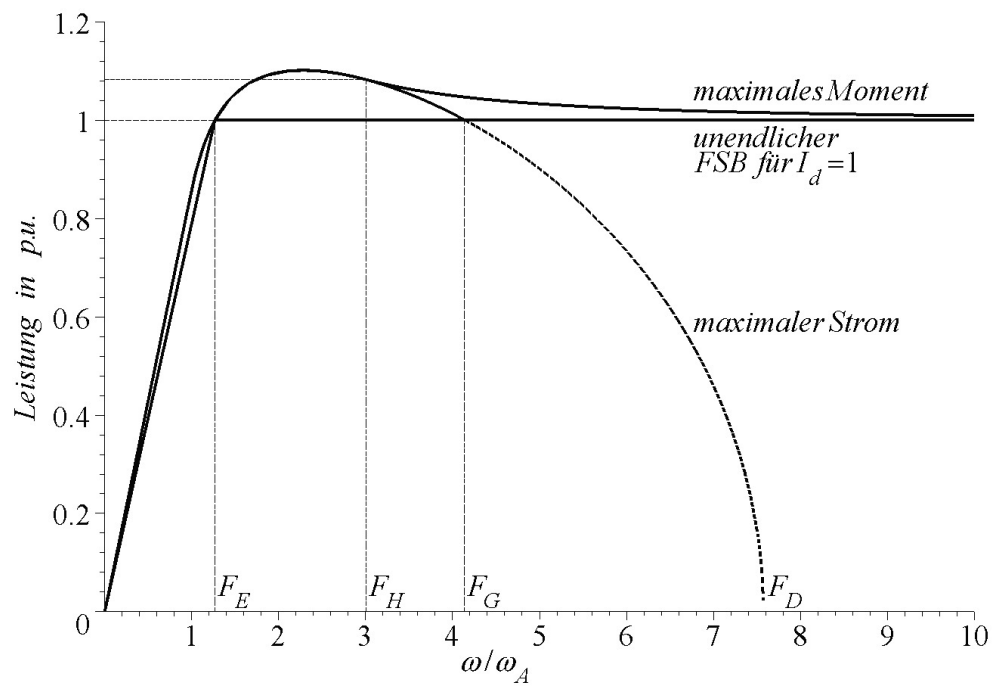


Bild 82 Vergleich der Leistungen für $I = 1,32$ und $Q = 2,22$

4.3 Einfluss der Parameter I und Q auf den Betriebspunkt A

Im folgenden werden die Einflüsse der Parameter I und Q dargestellt. Dazu wird als erstes die Abhängigkeit von Q untersucht. **Bild 83** zeigt das maximale Drehmoment der Maschine. Es steigt mit wachsendem Faktor Q an. Dabei ist die Steigung umso stärker, je größer der erlaubte (Grenz-) Strom I ist. Dies liegt daran, dass in Gl. (226) die Steigung hauptsächlich durch den Strom bestimmt wird, weil sich die einzelnen Stromwinkel φ_i bei den verschiedenen Strömen einander annähern. Mit zunehmendem Faktor Q konvergieren die Stromwinkel gegen einen Wert von $\varphi_i = 45^\circ$. Dieser Grenzwert ergibt sich auch aus Gl. (232), wenn der Grenzwert für $Q \rightarrow \infty$ vorgenommen wird.

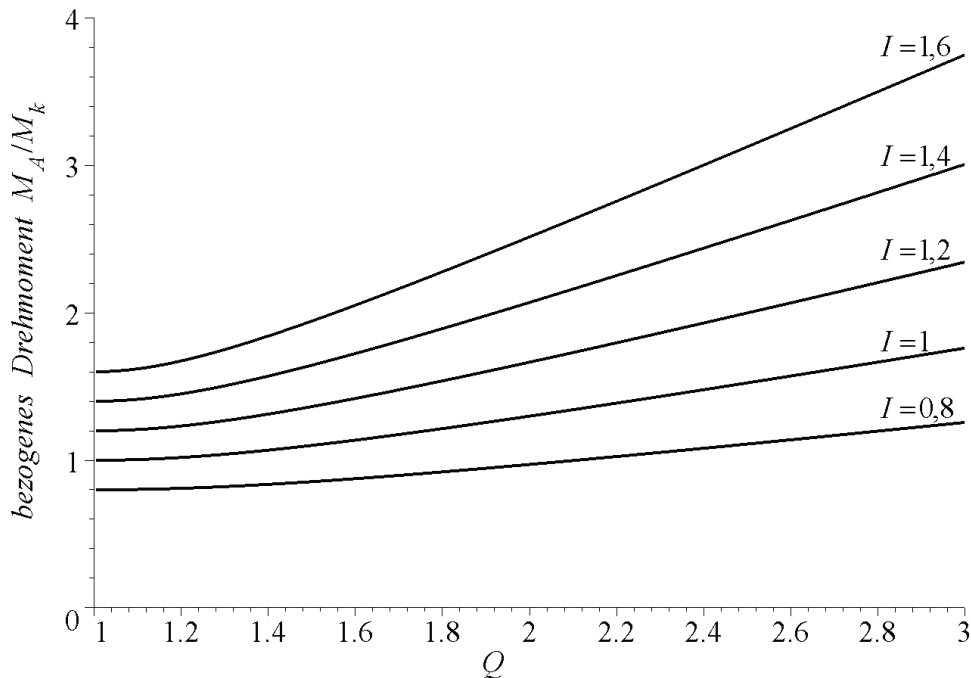


Bild 83 Drehmoment M_A/M_k in Abhängigkeit von Q mit dem Parameter I

In **Bild 84** ist die Drehzahl ω_A in Abhängigkeit von Q mit dem Strom I als Parameter dargestellt. Diese Drehzahl sinkt sowohl mit steigendem Q als auch mit größer werdendem I . Ein größeres Q bewirkt eine größere Längskomponente der Spannung U_d , somit wird der Grenzwert $U = 1$ bereits bei einer geringeren Drehzahl erreicht.

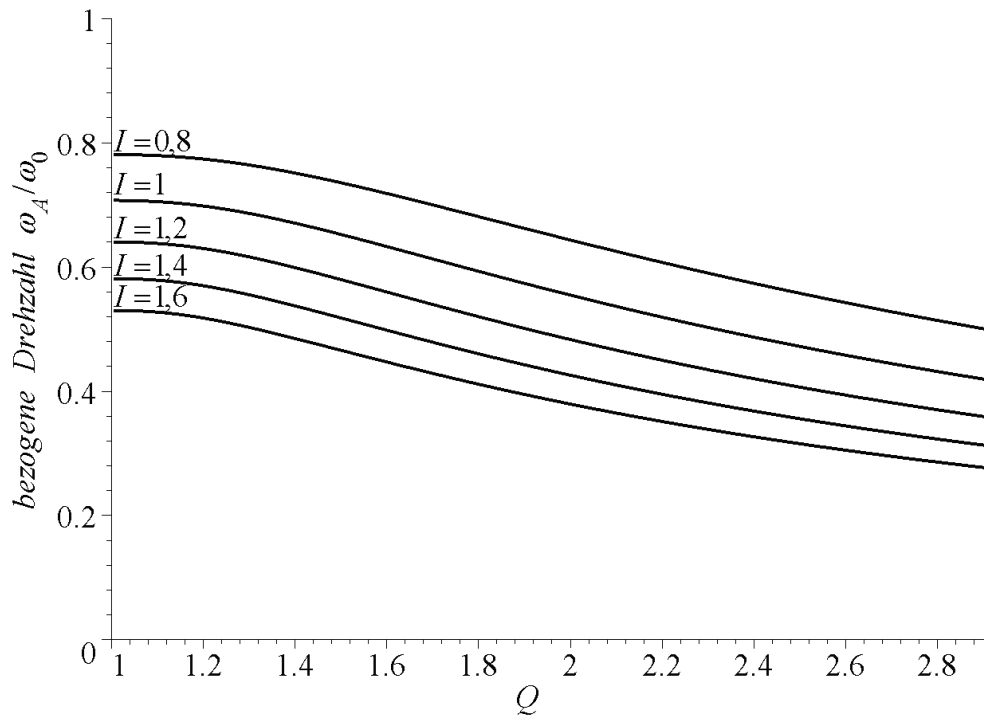


Bild 84 Drehzahl ω_A/ω_0 in Abhängigkeit von Q mit dem Parameter I

Aus **Bild 85** erkennt man, dass sich mit steigendem Strom I der Stromwinkel φ_i erhöht. Das führt wegen $I_{dA} = I \sin \varphi_{iA}$ zu einer stärkeren Schwächung des Längsfeldes. Allerdings wird die Drehzahl ω_A mit zunehmendem Strom I trotzdem kleiner, weil auch I_{qA} zunimmt.

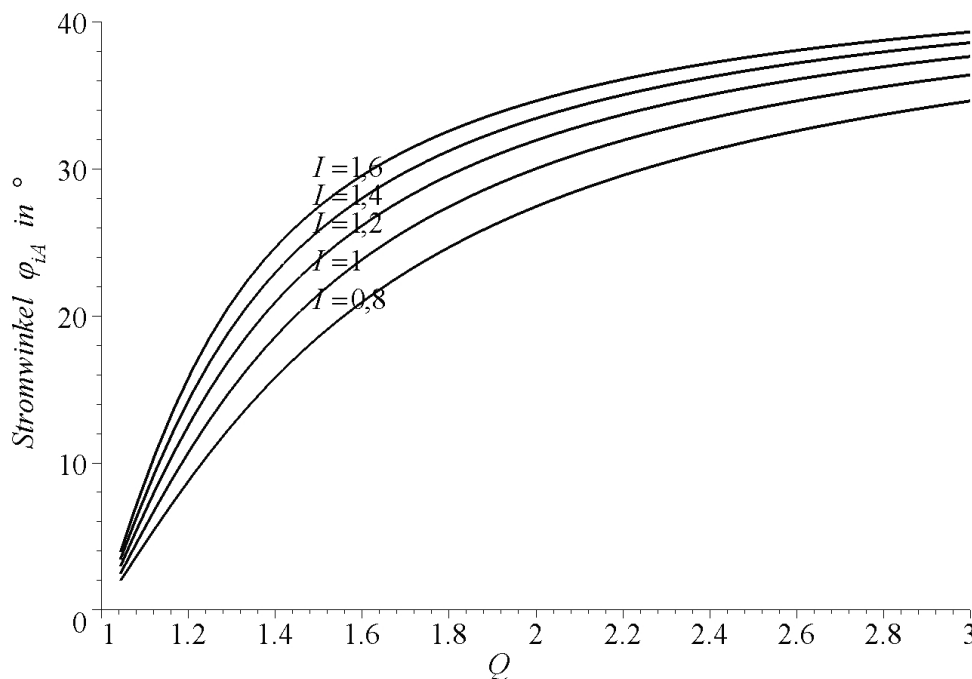


Bild 85 Stromwinkel in Abhängigkeit von Q mit dem Parameter I

Betrachtet man die Leistung, so ergibt sich in Abhängigkeit vom Faktor Q mit dem Parameter I die Darstellung in **Bild 86**.

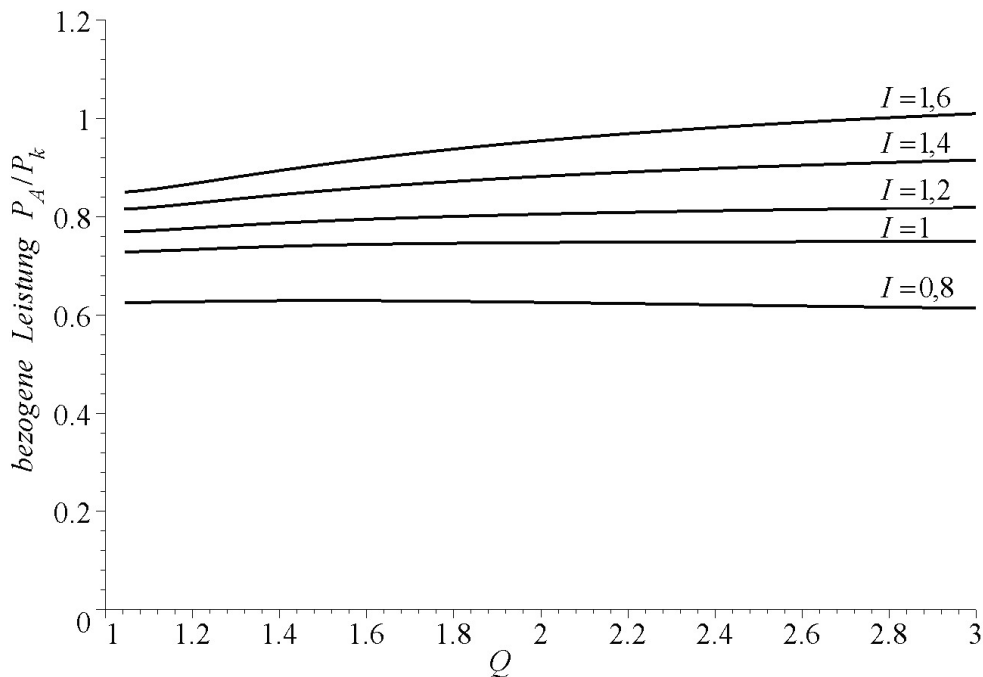


Bild 86 Leistung in Abhängigkeit von Q mit dem Parameter I

Mit steigendem Faktor Q nähert sich die bezogene Leistung einem Grenzwert, der zu

$$\frac{P_A}{P_k} = \frac{I}{\sqrt{2}} \quad (379)$$

angegeben werden kann. Allerdings steigt diese Leistung erst für genügend große I kontinuierlich mit Q an. In **Bild 87** ist das Drehmoment über dem Strom mit Q als Parameter aufgetragen; es wird mit steigendem Strom I größer. Die Steigung ist dabei umso stärker, je größer der Faktor Q ist.

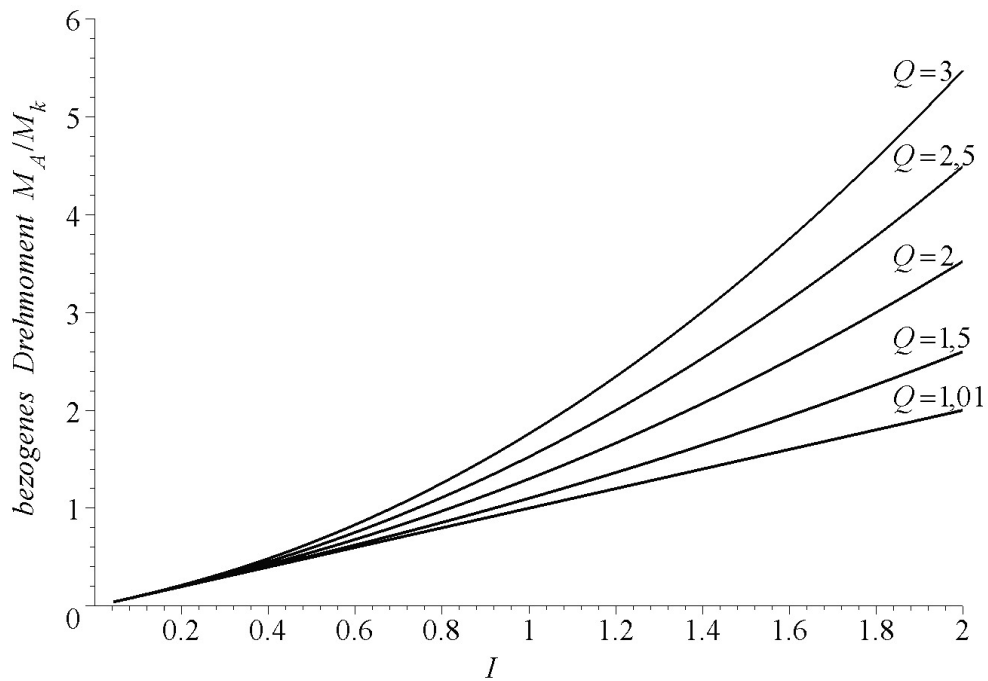


Bild 87 Drehmoment in Abhängigkeit von I mit dem Parameter Q

Bild 88 zeigt wieder die Drehzahl ω_A in Abhängigkeit vom Strom I . Die Drehzahl wird umso kleiner, je größer Q bzw. I sind.

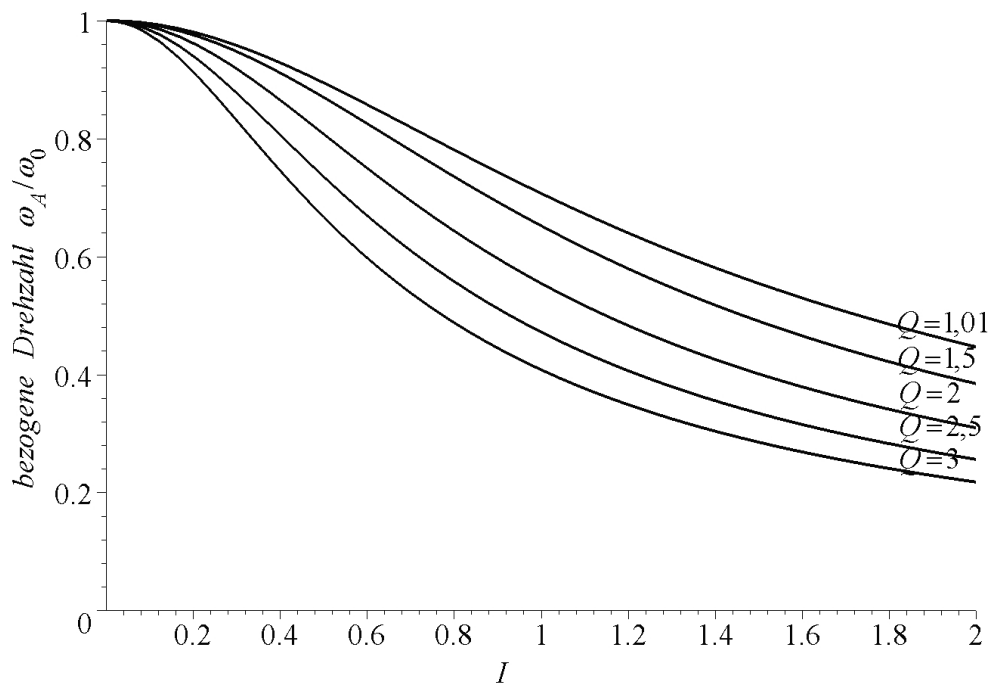


Bild 88 ASB-Drehzahl in Abhängigkeit von I mit dem Parameter Q

Die Leistung im Punkt A steigt mit zunehmendem Strom an (**Bild 89**). Mit zunehmendem Faktor Q nähern sich die Kennlinien einer Geraden mit der Steigung $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Dabei ist zu beobachten, dass erst für höhere Ströme I die Leistung mit Q zunimmt.

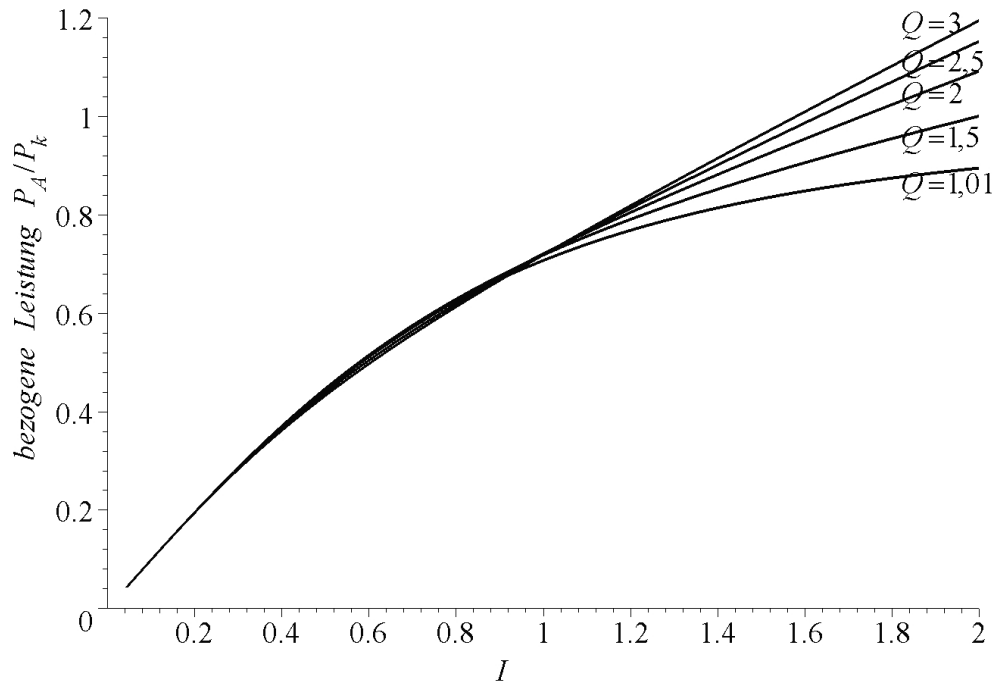


Bild 89 Leistung in Abhängigkeit von I mit dem Parameter Q

4.4 Einfluss der Parameter I und Q auf den Betriebspunkt B

Bild 90 zeigt die bezogene Leistung P_B/P_k in Abhängigkeit von Q mit dem Grenzstrom I als Parameter. Für den Strom $I > 1$ strebt die bezogene Maximalleistung, beginnend mit $P_B/P_k = 1$, mit zunehmendem Faktor Q gegen den Wert $P_B/P_k = I$.

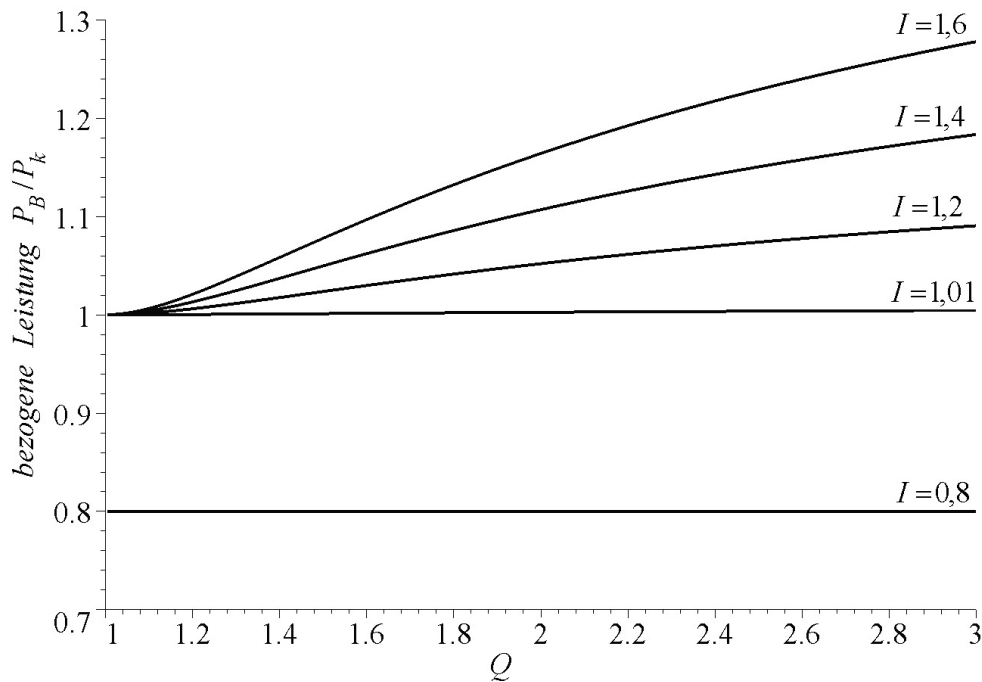


Bild 90 Bezogene Leistung P_B/P_k in Abhängigkeit von Q mit dem Parameter I

Neben einer Grenzwertbetrachtung zeigt dies auch **Bild 91**, aus dem ersichtlich wird, dass die maximale Leistung für ein genügend großes (nicht unbedingt sinnvolles) Q gegen den Wert I konvergiert. Für die maximale bezogene Leistung P_B/P_k ergibt sich für $I < 1$ ein von Q unabhängiger Wert von $P_B/P_k = I$. Dies kann nachgewiesen werden, indem man in Gl. (268) die Gl. (264) einsetzt und $P_B/P_k = I$ setzt. Man erhält nach Umstellung die Gleichung

$$I_{qB} + (Q-1)I_{qB}I_{dB} = I\sqrt{(1-I_{dB})^2 + (QI_{qB})^2} \quad (380)$$

in die man die Stromkomponenten nach Gl. (257) sowie Gl. (262) einsetzt. Nach längerer Umformung zeigt sich, dass beide Seiten gleich sind und somit die Voraussetzung $P_B/P_k = I$ unabhängig von Q erfüllt ist.

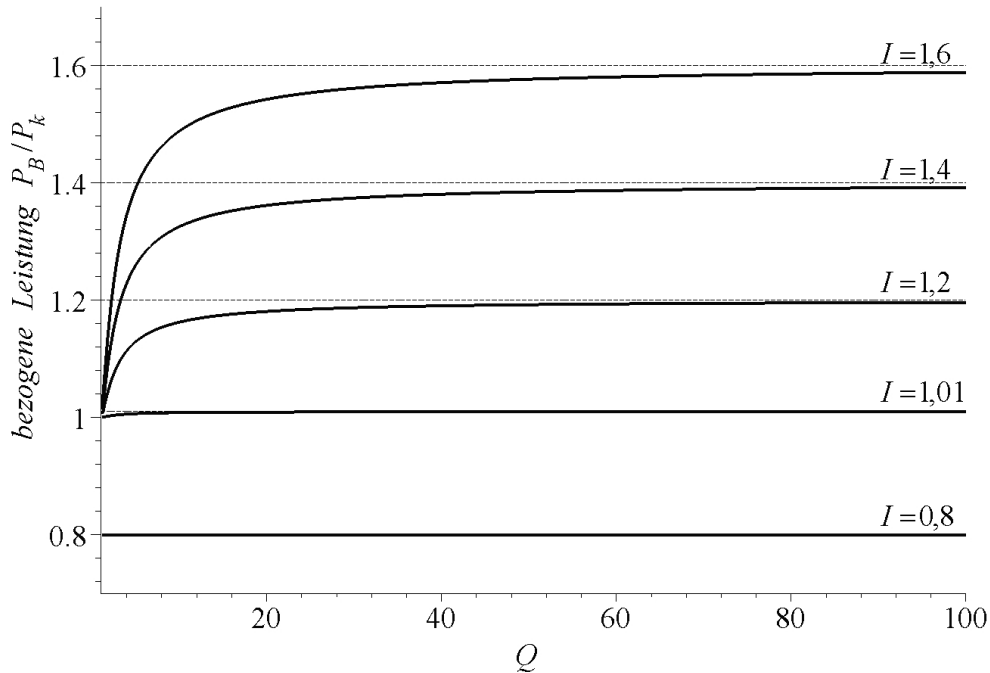


Bild 91 Bezogene Leistung P_B / P_k in Abhängigkeit von Q mit dem Parameter I

4.5 Berechnung der Stromkomponenten bei vorgegebenem Drehmoment

Bisher wurde aus einem vorgegebenem Strom das maximal zu erzielende Drehmoment berechnet. Bei einer Drehmomentsteuerung wird jedoch das (Soll-) Drehmoment M_{soll} vorgegeben. Daraus müssen die Stromkomponenten bestimmt werden.

4.5.1 Berechnung der Komponenten für $I < 1$

4.5.1.1 Berechnung der Komponenten im Ankerstellbereich

Für ein vorgegebenes Drehmoment im ASB sollen die zugehörigen Stromkomponenten so bestimmt werden, dass der Gesamtstrom am geringsten ist.

Bild 92 zeigt ein Beispiel für ein vorgegebenes Drehmoment von $M_{soll} / M_k = 0,5$ bei einem Wert von $Q = 2,22$. Hier ist der Gesamtstrom I über der Stromkomponente I_q aufgetragen. Das Minimum des Gesamtstroms wird für $I_q = 0,413$ erreicht. Diese Stromkomponente soll nun berechnet werden. Für das Drehmoment gilt:

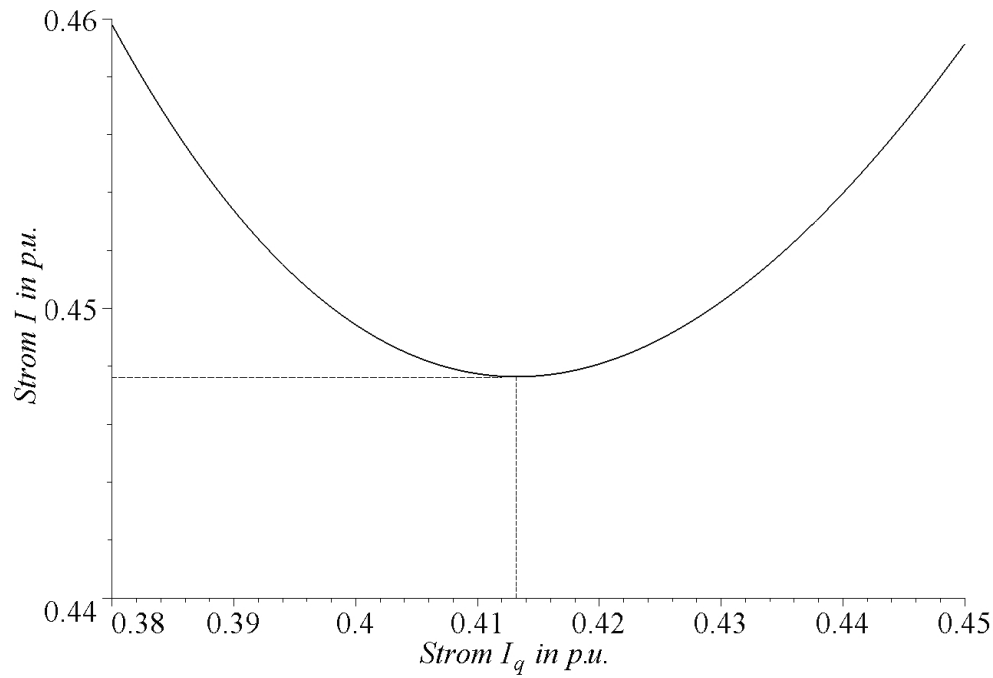


Bild 92 Gesamtstrom I bei einem vorgegebenen Drehmoment von $M_{soll} / M_k = 0,5$ in Abhängigkeit von der Stromkomponente I_q

$$\frac{M_{soll}}{M_k} = I_{qA} + (Q-1)I_{dA}I_{qA} \quad (381)$$

Daraus ergibt sich der Querstrom I_{qA} zu

$$I_{qA} = \left(\frac{\frac{M_{soll}}{M_k}}{1 + (Q-1)I_{dA}} \right) \quad (382)$$

Für das Quadrat des Gesamtstromes gilt damit

$$I_A^2 = I_{qA}^2 + I_{dA}^2 = \left(\frac{\frac{M_{soll}}{M_k}}{1 + (Q-1)I_{dA}} \right)^2 + I_{dA}^2 \quad (383)$$

Von diesem Ausdruck wird nun das Minimum bestimmt, indem I_A^2 nach I_{dA} abgeleitet und dann gleich Null gesetzt wird.

$$\frac{d(I_A^2)}{dI_{dA}} = 2I_{dA} - 2 \frac{\left(\frac{M_{soll}}{M_k}\right)^2 (Q-1)}{(1+(Q-1)I_{dA})^3} = 0 \quad (384)$$

Nach mehreren Umformungen entsteht ein Polynom 4. Grades:

$$I_{dA}^4 + aI_{dA}^3 + bI_{dA}^2 + cI_{dA} + d = 0 \quad (385)$$

mit den Abkürzungen

$$a = \frac{6Q^2 - 12Q + 6}{2Q^3 - 6Q^2 + 6Q - 2} \quad (386)$$

$$b = \frac{6Q - 6}{2Q^3 - 6Q^2 + 6Q - 2} \quad (387)$$

$$c = \frac{2}{2Q^3 - 6Q^2 + 6Q - 2} \quad (388)$$

$$d = \frac{-2M_w^2 Q + 2\left(\frac{M_{soll}}{M_k}\right)^2}{2Q^3 - 6Q^2 + 6Q - 2} \quad (389)$$

Gemäß Anhang ergibt sich mit den Substitutionen p , q und z für dieses Polynom die Lösung

$$I_{dA} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{2z + p} + \sqrt{-2z - 3p - \frac{2q}{\sqrt{2z + p}}} \right) - \frac{a}{4} \quad (390)$$

Damit kann aus Gl. (382) die Stromkomponente I_{qA} berechnet werden. Für das gewählte Beispiel mit $M_{soll}/M_k = 0,5$ und $Q = 2,22$ ergeben sich dann Stromkomponenten von $I_{qA} = 0,413$ und $I_{dA} = 0,173$, der Gesamtstrom beträgt dann $I = 0,448$. Die Berechnung der Stromkomponenten erfolgt ohne Berücksichtigung der Drehzahl. Das bedeutet, dass bei der Vorgabe des Drehmomentsoll-

wertes zuerst geprüft werden muss, ob er bei der jeweiligen Drehzahl überhaupt erreicht werden kann. Wenn der Sollwert bereits zu groß ist, muss er auf das maximal mögliche Drehmoment beschränkt werden. Trifft dies nicht zu, können die Stromkomponenten aus Gl. (382) und Gl. (381) bestimmt werden.

4.5.1.2 Berechnung der Komponenten im Feldstellbereich

Um bei einem vorgegebenem Drehmoment die zugehörigen Stromkomponenten berechnen zu können, muss man zwischen ASB und FSB unterscheiden. Dazu ist die Drehzahl ω_A zu bestimmen, bei der der ASB in den FSB übergeht. Im gesamten ASB bleiben die Stromkomponenten gleich. Mit den bisher angegebenen Formeln für den ASB können die Stromkomponenten I_{dA} und I_{qA} ermittelt werden. Damit kann man die Drehzahl ω_A berechnen. Es gilt

$$\frac{\omega_A}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{(1 - I_{dA})^2 + Q^2 I_{qA}^2}} \quad (391)$$

Mit $M_{soll} / M_k = 0,5$ und $Q = 2,22$ ergibt sich $\omega_A / \omega_0 = 0,809$.

Aus der Drehmomentgleichung kann I_q berechnet werden

$$I_q = \left(\frac{\frac{M_{soll}}{M_k}}{1 + (Q - 1) I_d} \right) \quad (392)$$

Im FSB wird die Maschine an der Spannungsgrenze betrieben

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 = \frac{1}{(1 - I_d)^2 + Q^2 I_q^2} \quad (393)$$

Gl. (392) kann in die umgeformte Gl. (393) eingesetzt werden

$$\left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 = (1 - I_d)^2 + Q^2 \left(\frac{\frac{M_{soll}}{M_k}}{1 + (Q - 1) I_d} \right)^2 \quad (394)$$

Ausmultiplizieren und Umformen der Gleichung führt auf

$$I_d^4 + aI_d^3 + bI_d^2 + cI_d + d = 0 \quad (395)$$

mit den Koeffizienten:

$$a = \frac{-2Q^2 + 6Q - 4}{(Q-1)^2} \quad (396)$$

$$b = \frac{Q^2 - 6(Q-1) - (Q-1)^2 \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}{(Q-1)^2} \quad (397)$$

$$c = \frac{2Q - 4 - 2(Q-1) \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}{(Q-1)^2} \quad (398)$$

$$d = \frac{1 + Q^2 \left(\frac{M_{soll}}{M_k} \right)^2 - \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}{(Q-1)^2} \quad (399)$$

Es werden wieder dieselben Substitutionen p , q und z verwendet wie für den ASB (s. Anhang), womit der auf i_k bezogene Längsstrom I_d berechnet werden kann:

$$I_d = \frac{1}{2} \left(\sqrt{2z + p} + \sqrt{-2z - 3p - \frac{2q}{\sqrt{2z + p}}} \right) - \frac{a}{4} \quad (400)$$

Mit Gl. (392) ist auch der auf i_k bezogene Querstrom I_q bekannt.

4.5.1.3 Drehzahlgrenze für ein vorgegebenes Drehmoment

Wird das Drehmoment vorgegeben, kann die Drehzahl bestimmt werden, bis zu der dieses Drehmoment aufgebracht werden kann. Dazu werden die an dieser Drehzahl auftretenden Stromkomponenten I_{dL} und I_{qL} berechnet.

Die Maschine arbeitet bei dieser Grenzdrehzahl ω_L an der Stromgrenze

$$I^2 = I_{dL}^2 + I_{qL}^2 \quad (401)$$

sowie an der Spannungsgrenze, daher gilt:

$$\left(\frac{\omega_L}{\omega_0} \right)^2 = \frac{1}{(1 - I_{dL})^2 + Q^2 I_{qL}^2} \quad (402)$$

Mit Gl. (392) wird Gl. (401) zu:

$$I_{qL}^2 = \left(\frac{\frac{M_{soll}}{M_k}}{1 + (Q - 1) I_{dL}} \right)^2 = I^2 - I_{dL}^2 \quad (403)$$

Diese Gleichung kann ausmultipliziert und umgeformt werden, es ergibt sich

$$I_{dL}^4 + a I_{dL}^3 + b I_{dL}^2 + c I_{dL} + d = 0 \quad (404)$$

mit folgenden Koeffizienten:

$$a = \frac{2(1 - Q)}{(Q - 1)^2} \quad (405)$$

$$b = \frac{1 - I^2 Q^2 + 2 I^2 Q - I^2}{(Q - 1)^2} \quad (406)$$

$$c = \frac{2 I^2 (1 - Q)}{(Q - 1)^2} \quad (407)$$

$$d = \frac{\left(\frac{M_{soll}}{M_k}\right)^2 - I^2}{(Q-1)^2} \quad (408)$$

Verwendet man dieselben Substitutionen p , q und z wie im ASB (s. Anhang), kann der auf i_k bezogene Längsstrom angegeben werden zu

$$I_{dL} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{2z+p} + \sqrt{-2z-3p - \frac{2q}{\sqrt{2z+p}}} \right) - \frac{a}{4} \quad (409)$$

Daraus ergibt sich die Stromkomponente I_{qL} (Gl.(401)). Somit errechnet sich aus Gl. (402) die maximale Drehzahl zu:

$$\frac{\omega_L}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{(1-I_{dL})^2 + Q^2 I_{qL}^2}} \quad (410)$$

4.5.2 Berechnung der Komponenten für $I > 1$

Werden kurzzeitig hohe Drehmomente benötigt, kann der auf i_k bezogene Strom größer als 1 werden. Auch für diesen Betriebsfall können die Komponenten aus dem vorgegebenen Drehmoment berechnet werden.

4.5.2.1 Berechnung der Komponenten im Ankerstellbereich

Im ASB werden die Komponenten auf dieselbe Weise ermittelt wie für $I < 1$. Mit Hilfe der Gl. (390) kann wieder der Längsstrom I_{dA} und daraus mit Gl. (382) der Querstrom I_{qA} bestimmt werden.

4.5.2.2 Berechnung der Komponenten im Feldstellbereich

Auch die Stromkomponenten können auf dieselbe Weise wie für $I < 1$ bestimmt werden. Berechnet man jetzt die Komponenten zu Beginn des Feldstellbereichs mit den angegebenen Gleichungen, also für $M_{soll}/M_k = 0,5$ und $\omega_A = 0,809$, so erhält man die Stromkomponenten $I_{dA} = 0,172$ sowie $I_{qA} = 0,413$, sie stimmen also mit den berechneten Komponenten des ASB überein. **Bild 93** zeigt die Stromverläufe für ein vorgegebenes Drehmoment von $M_{soll}/M_k = 0,5$. Der maximale Strom $I = 1,32$ wird zwar im gesamten Drehzahlbereich bei dem geforderten Drehmoment nicht erreicht, wird aber angegeben, weil er die Drehzahl

bestimmt, auf die sich zur Berechnung des Faktors F bezogen wird. Sobald der Faktor F größer als 5,009 wird, kann das Drehmoment $M_{soll}/M_k = 0,5$ nicht mehr aufgebracht werden, deshalb sind die Ströme nur bis zu dieser Drehzahl angegeben. Dies stimmt auch mit der Kennlinie des Drehmoments aus Bild 79 überein.

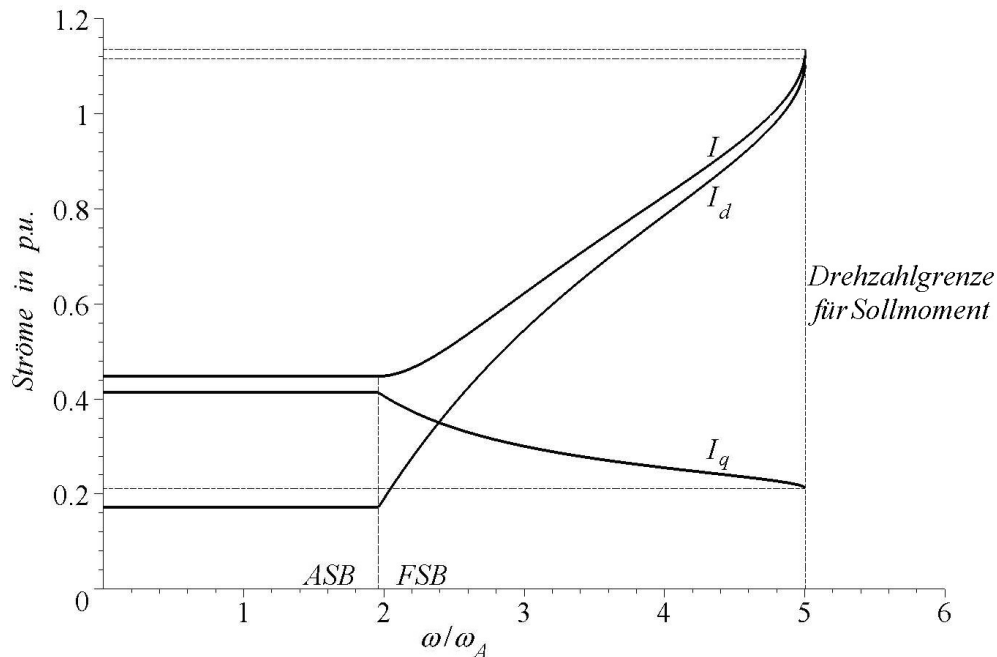


Bild 93 Ströme bei einem vorgegebenem Drehmoment von $M_{soll}/M_k = 0,5$ bei $I = 1,32$

In **Bild 94** sind Strom- und Spannungswinkel für ein Drehmoment $M_{soll}/M_k = 0,5$ bei einem Strom von $I = 1,32$ und dem Faktor $Q = 2,22$ dargestellt.

Bild 95 zeigt die Aufteilung des Drehmoments in Reluktanzmoment und Hauptmoment. Mit zunehmender Drehzahl wird der Anteil des Reluktanzmomentes am Gesamtmoment größer. Dies liegt am Querstrom, der mit steigender Drehzahl kleiner wird, während der Längsstrom gleichzeitig steigt.

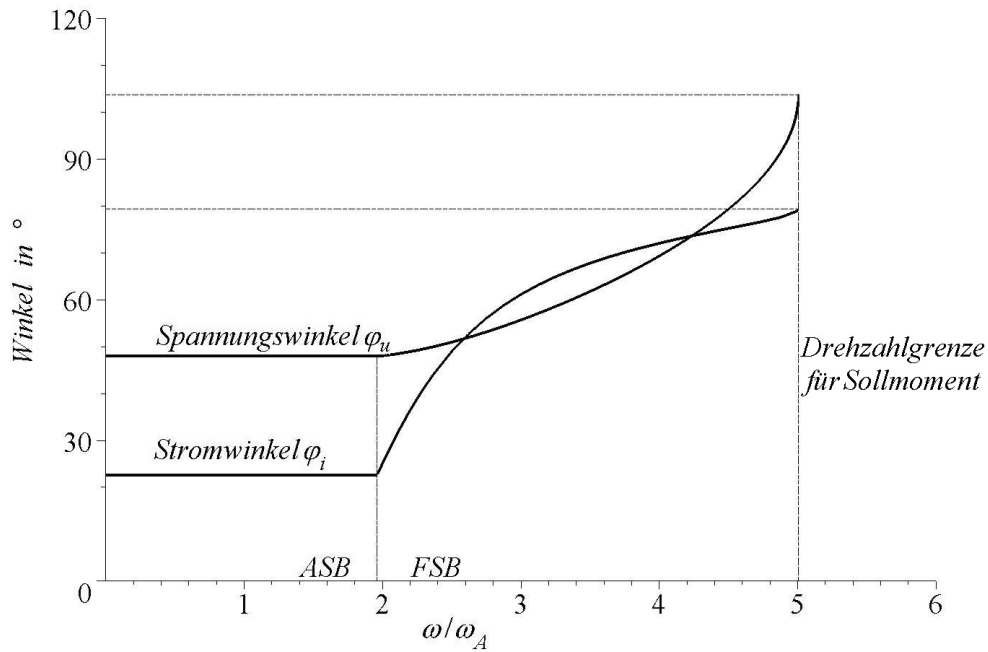


Bild 94 Strom- und Spannungswinkel bei einem vorgegebenem Drehmoment von $M_{soll}/M_k = 0,5$ bei $I = 1,32$

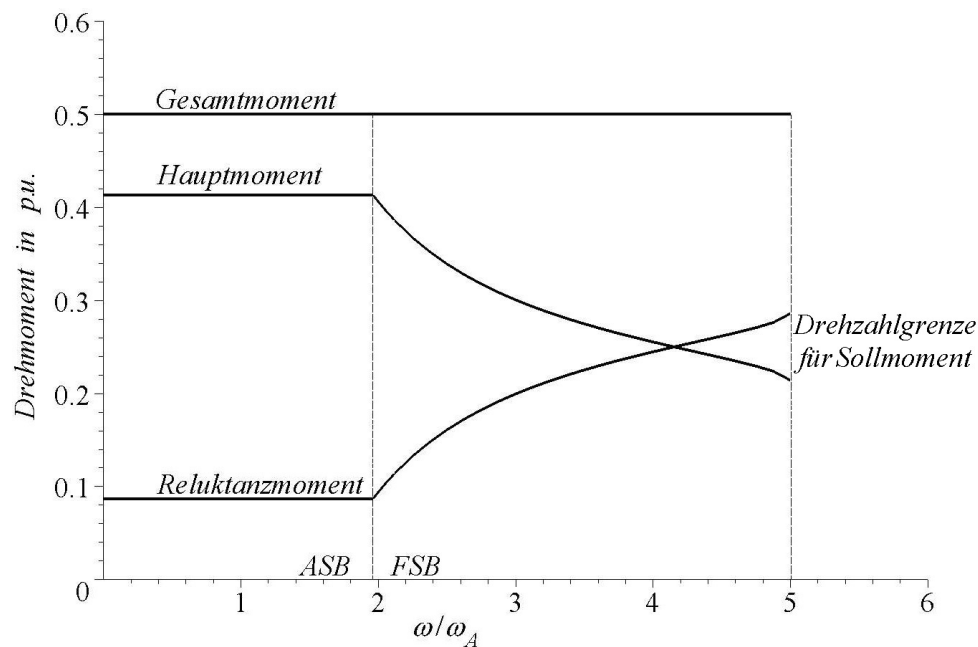


Bild 95 Momentenanteile bei einem vorgegebenem Drehmoment von $M_{soll}/M_k = 0,5$ und $I = 1,32$

4.5.2.3 Maximale Drehzahl für ein vorgegebenes Drehmoment

Zur Berechnung der maximalen Drehzahl für ein vorgegebenes Drehmoment für $I > 1$ sind zwei Fälle zu unterscheiden. Im ersten Fall, der sich direkt an den ASB anschließt, sind sowohl Strom- als auch Spannungsgrenze aktiv. Dieser geht bis zum Punkt H, der bereits in Gl. (369) berechnet wurde. Ab diesem Punkt ist nur noch die Spannungsgrenze aktiv, dies stellt den zweiten Fall da.

Der Betriebspunkt H, ab dem dann der Strom kleiner wird, wurde bereits berechnet (Gl. (370)). Dazu gehört der Längsstrom

$$I_{dH} = \frac{-2 + Q + \sqrt{(4Q^6 - 8Q^5 + 8Q^4 - 8Q^3 + 4Q^2)I^2 + 4Q^3 - 3Q^2}}{2(Q^3 - Q^2 + Q - 1)} \quad (411)$$

woraus sich mit Hilfe von

$$I_{qH}^2 = I^2 - I_{dH}^2 \quad (412)$$

das Drehmoment

$$\frac{M_H}{M_k} = I_{qH} + (Q - 1)I_{qH}I_{dH} \quad (413)$$

bestimmen lässt. Mit Hilfe von Gl. (410) kann die Drehzahl

$$\frac{\omega_H}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{(1 - I_{dH})^2 + Q^2 I_{qH}^2}} \quad (414)$$

ermittelt werden. Ist das Sollmoment M_{soll} kleiner als M_H , ist die Stromgrenze nicht mehr aktiv und die Grenzdrehzahl kann nicht wie für $I < 1$ berechnet werden. Stattdessen wird zur Berechnung der Grenzdrehzahl ω_L Gl. (394) nach I_{dL} abgeleitet und gleich Null gesetzt.

$$\frac{d\left(\left(\frac{\omega_0}{\omega_L}\right)^2\right)}{dI_{dL}} = -2 + 2I_{dL} - 2 \frac{Q^2 \left(\frac{M_{soll}}{M_k}\right)^2 (Q - 1)}{(1 + (Q - 1)I_{dL})^3} = 0 \quad (415)$$

Durch Ausmultiplizieren erhält man

$$I_{dL}^4 + aI_{dL}^3 + bI_{dL}^2 + cI_{dL} + d = 0 \quad (416)$$

mit

$$a = \frac{-4 + 9Q - 6Q^2 + Q^3}{1 - 3Q + 3Q^2 - Q^3} \quad (417)$$

$$b = \frac{6 - 9Q + 3Q^2}{1 - 3Q + 3Q^2 - Q^3} \quad (418)$$

$$c = \frac{-4 + 3Q}{1 - 3Q + 3Q^2 - Q^3} \quad (419)$$

$$d = \frac{1 + Q^2 \left(\frac{M_{soll}}{M_k} \right)^2 (Q - 1)}{1 - 3Q + 3Q^2 - Q^3} \quad (420)$$

Damit ergibt sich für die Stromkomponente I_{dL}

$$I_{dL} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{2z + p} + \sqrt{-2z - 3p - \frac{2q}{\sqrt{2z + p}}} \right) - \frac{a}{4} \quad (421)$$

wenn man wieder dieselben Substitutionen wie im Anhang verwendet. Aus Gl. (403) errechnet sich der Querstrom

$$I_{qL} = \left(\frac{\frac{M_{soll}}{M_k}}{1 + (Q - 1)I_{dL}} \right) \quad (422)$$

und daraus die Grenzdrehzahl

$$\frac{\omega_L}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{(1 - I_{dL})^2 + Q^2 I_{qL}^2}} \quad (423)$$

Damit kann nun die Drehzahl ω_L bestimmt werden. Für das Beispiel mit $M_{soll}/M_k = 0,5$ und $Q = 2,22$ ergibt sich für I_{dL} ein Wert von 1,114, was zu $\omega_L/\omega_0 = 2,06$ führt. Bei einem Strom von $I = 1,32$ entspricht dies einem FSB-Faktor von $F = 5,009$.

4.6 Der Betrieb der Maschine im Grenzfall $I=1$

Für $I = 1$ gelten dieselben Gleichungen wie für den Fall $I < 1$. **Bild 96** zeigt das Gesamtmoment sowie das Hauptmoment und das Reluktanzmoment. Die Maschine hat einen theoretisch unendlichen Feldstellbereich.

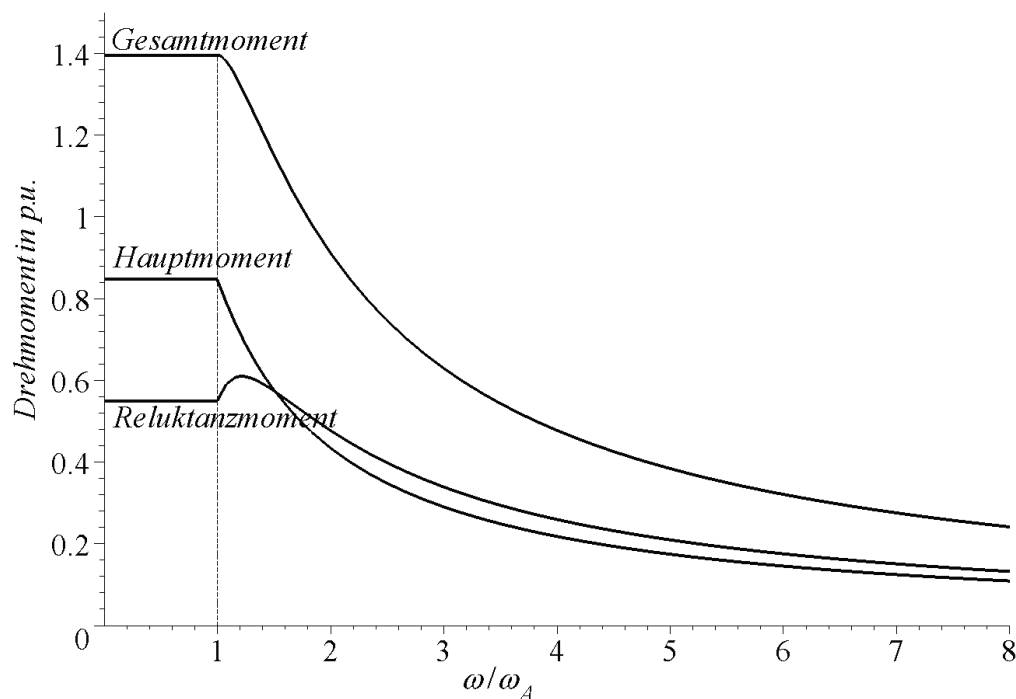
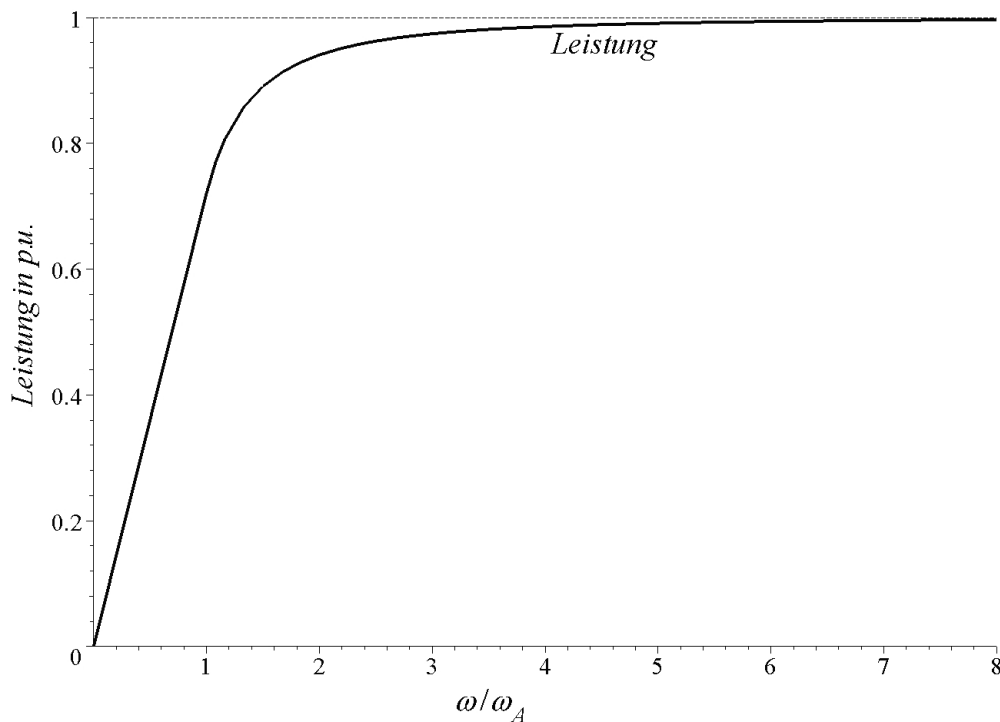


Bild 96 Gesamtmoment, Hauptmoment und Reluktanzmoment für $I = 1$ und $Q = 2,22$

In **Bild 97** ist die Leistung dargestellt. Sie nähert sich mit steigender Drehzahl einem Grenzwert von $P/P_k = 1$. Dies entspricht wie im Fall $I < 1$ dem maximalen bezogenen Strom. In diesem Fall existiert jedoch der Punkt C nicht, B und D liegen im Unendlichen. Dies entspricht dem Verhalten für den Fall $Q = 1$.

Bild 97 Leistung für den Fall $I = 1$ und $Q = 2,22$

4.7 Flussdiagramm zur Berechnung der Komponenten

Bild 98 zeigt ein Flussdiagramm, um die einzelnen Komponenten zu berechnen. Bei einer gegebenen Drehzahl soll ein Drehmoment erzeugt werden. Als erstes wird unterschieden, ob der maximale Strom größer oder kleiner 1 ist. Ist der Strom kleiner als 1, wird der linke Zweig des Diagramms bearbeitet. Als nächstes lässt sich das maximal mögliche Drehmoment bei der Drehzahl bestimmen. Liegt das Sollmoment über dem maximal möglichen Drehmoment, wird der Sollwert auf dieses beschränkt. Als nächstes können aus dem Drehmomentsollwert die Größen I_{dA} , I_{qA} sowie ω_A bestimmt werden. Ist die gegebene Drehzahl kleiner als die berechnete Drehzahl ω_A , hat man die Komponenten I_d und I_q bereits berechnet, andernfalls muss dies jetzt erfolgen. Ist der Strom größer als 1, sind die meisten Schritte zur Berechnung der Komponenten I_d und I_q dieselben: das Drehmoment muss, falls notwendig, wieder auf einen gültigen Wert beschränkt werden, das maximal mögliche Drehmoment sowie die Größen I_{dA} , I_{qA} und ω_A werden berechnet. Ist die Drehzahl kleiner als ω_A , sind die Größen ebenfalls bereits berechnet. Nur für den Fall, dass die Drehzahl größer als ω_A ist, muss nochmals eine Fallunterscheidung getroffen werden: Es ist zu prüfen, ob die Stromgrenze zu berücksichtigen ist oder nicht. Davon abhängig können wieder die jeweiligen Komponenten berechnet werden.

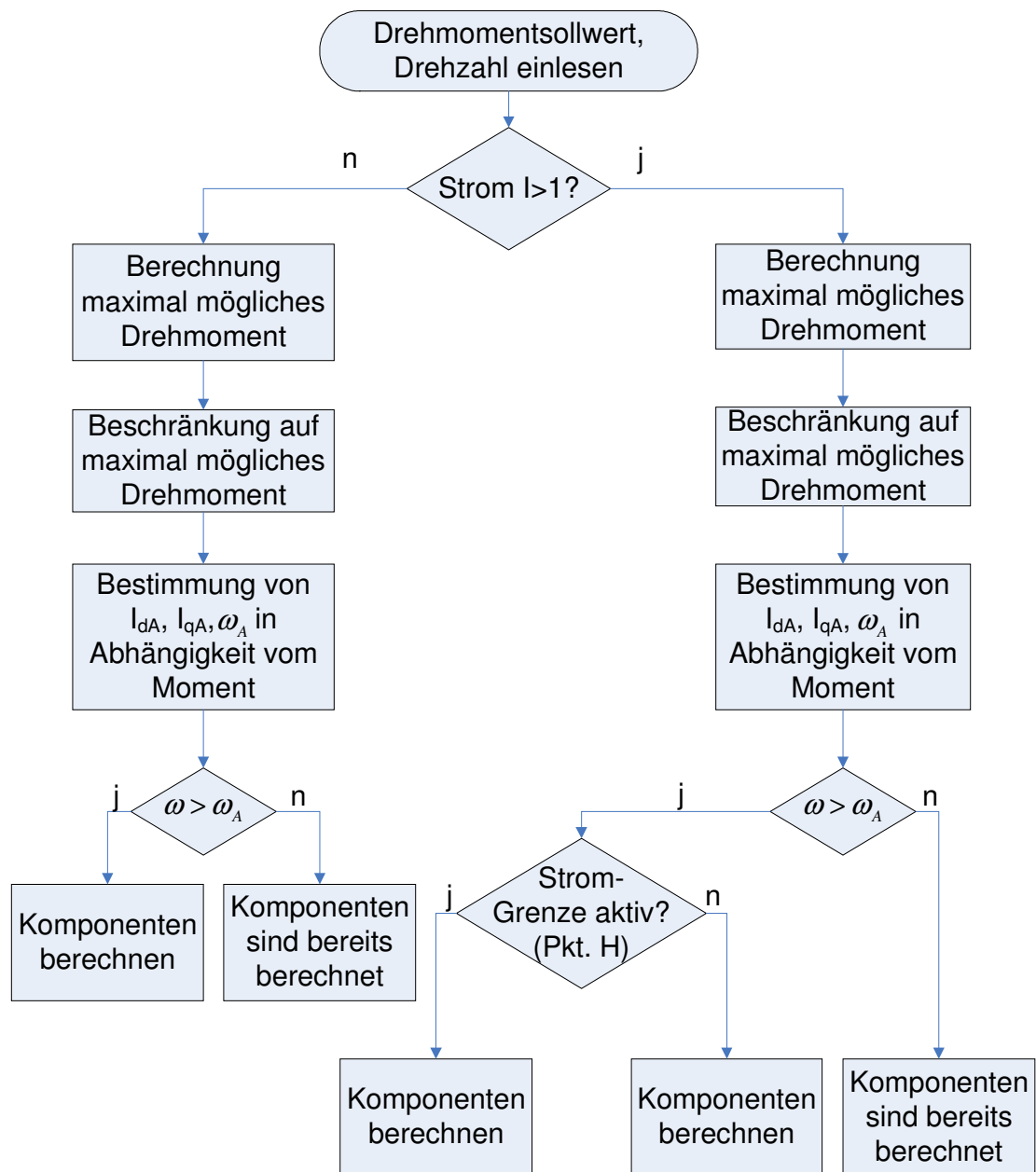


Bild 98 Flussdiagramm zur Berechnung der Komponenten

5 Zusammenfassung

Vor dem Hintergrund eines Forschungsvorhabens über ein mobiles Stromversorgungssystem wird das Betriebsverhalten von Synchronmaschinen mit Dauermagneterregung untersucht. Wegen der Beschränkung auf ein verlustfreies Modell und die Wirkung der Grundwellen der Luftspaltfelder sowie die Grundschwingungen der Klemmengrößen gelten die Ergebnisse sowohl für konventionelle Drehstrommaschinen mit „verteilter“ Wicklung als auch für Sonderbauformen wie die Modulare Dauermagnetmaschine (MDM) mit „konzentrierter“ Wicklung.

Die bisher bekannten Ausführungsformen der MDM werden durch die Anordnung von mehreren Spulen eines Stranges in einer Zone ergänzt. Auf diese Weise ist es möglich, auch hochpolige MDM in dreisträngiger Ausführung mit großen Wicklungsfaktoren (Ausnutzung) zum Betrieb an einem konventionellen Stromrichter zu bauen.

Der Betrieb der Maschine wird bestimmt durch die Strom- und Spannungsgrenzen. Die Stromgrenze ist entweder durch die thermischen Verhältnisse bei Dauerbetrieb oder durch den Stromrichter bei Kurzzeitbetrieb festgelegt. Die Spannungsgrenze ergibt sich aus der verfügbaren Gleichspannung und der maximalen Aussteuerung des Stromrichters. Es werden die Beziehungen für Drehmoment und Leistung sowie für die Strom- und Spannungskomponenten mit den zugehörigen (Steuer-) Winkeln im Anker- und im Feldstellbereich mit den entsprechenden Drehzahlgrenzen angegeben. Herausgehobene Betriebspunkte werden eingehend betrachtet.

Die Umkehrung der Aufgabe, nämlich die Berechnung der Strom- und Spannungskomponenten bei Vorgabe des Drehmomentes als Sollwert im gesamten Drehmoment-Drehzahl-Bereich, wird ebenfalls durchgeführt. Dies ist für die Drehmomentsteuerung in mobilen Anwendungen von Bedeutung.

Die Untersuchungen beziehen sich auf Maschinen mit Oberflächen- und auf solche mit „vergrabenen“ Magneten. Letztere erfordern einen erheblich größeren Berechnungsaufwand, weil sich die Induktivitäten in Längs- und Querachse unterscheiden, was zu einem Reluktanzmoment zusätzlich zum Hauptmoment führt.

Um die abgeleiteten Beziehungen soweit wie möglich übersichtlich zu gestalten, werden bezogene Größen verwendet. Hierfür hat sich der dreipolige Kurzschlussstrom als besonders zweckmäßig erwiesen.

Die Gleichungen lassen sich einfach auswerten. Entsprechende Rechenprogramme wurden erstellt. Damit ließen sich in allen Betriebspunkten widerspruchsfreie Ergebnisse erzielen, wie eingehende Vergleiche von Rechnung und Messung gezeigt haben.

6 Anhang

6.1 Lösung einer Gleichung dritten Grades

Gegeben ist eine Gleichung 3. Grades, die mit der Formel von Cardano [Car] gelöst werden kann:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (424)$$

Wird diese Gleichung durch a geteilt und die Substitution

$$x = y - \frac{b}{3a} \quad (425)$$

vorgenommen, entsteht daraus mit den Abkürzungen

$$p = \frac{3ac - b^2}{9a^2} \quad (426)$$

und

$$q = \frac{2b^3}{54a^3} - \frac{bc}{6a^2} + \frac{d}{2a} \quad (427)$$

die reduzierte kubische Gleichung

$$y^3 + 3py + 2q = 0 \quad (428)$$

Zur Lösung wird angenommen, dass sich y als Summe zweier Kubikwurzeln u und v angeben lässt. Damit wird Gl. (428) zu

$$(u + v)^3 = u^3 + 3uv(u + v) + v^3 = -3p(u + v) - 2q \quad (429)$$

Eine Lösung erhält man also, wenn das Gleichungssystem

$$u^3 + v^3 = -2q \quad (430)$$

$$uv = -p \quad (431)$$

erfüllt ist. Es kann gelöst werden mit Hilfe des Satzes von Vieta für quadratische Gleichungen, der lautet:

Sind z_1 und z_2 Nullstellen der quadratischen Gleichung

$$z^2 + sz + t = 0 \quad (432)$$

so gilt

$$z_1 + z_2 = -s \quad (433)$$

und

$$z_1 z_2 = t \quad (434)$$

Wird also $z_1 = u^3$ und $z_2 = v^3$ gesetzt, ergibt sich die Gleichung

$$z^2 + 2qz - p^3 = 0 \quad (435)$$

mit den beiden Lösungen

$$z_1 = -q + \sqrt{q^2 + p^3} = -q + \sqrt{D} \quad (436)$$

und

$$z_2 = -q - \sqrt{q^2 + p^3} = -q - \sqrt{D} \quad (437)$$

Hierzu wurde zur Abkürzung

$$D = q^2 + p^3 \quad (438)$$

gesetzt. Wegen

$$u = \sqrt[3]{z_1} = \sqrt[3]{-q + \sqrt{D}} \quad (439)$$

und

$$v = \sqrt[3]{z_2} = \sqrt[3]{-q - \sqrt{D}} \quad (440)$$

erhält man die erste Lösung der kubischen Gleichung

$$y_1 = u + v = \sqrt[3]{-q + \sqrt{D}} + \sqrt[3]{-q - \sqrt{D}} \quad (441)$$

Ist die Diskriminante D nicht negativ, sind u und v und somit y_1 reelle Werte. Die beiden anderen Lösungen der kubischen Gleichung ergeben sich damit aus einer Polynomdivision der kubischen Gleichung

$$\frac{y^3 + 3py + q}{y - y_1} = y^2 + y_1y + y_1^2 + 3p + y_1^3 + 3py_1 + q \quad (442)$$

Weil y_1 eine Lösung der kubischen Gleichung ist, gilt

$$y_1^3 + 3py_1 + q = 0 \quad (443)$$

und aus Gl. (442) folgt unter Berücksichtigung von $y_1 = u + v$ und $uv = -p$

$$y^2 + (u + v)y + (u + v)^2 - 3uv = 0 \quad (444)$$

Die Diskriminante

$$D_1 = -3(u - v)^2 \quad (445)$$

ist immer negativ, somit sind die Lösungen y_2 und y_3 konjugiert komplex. Sie lauten

$$y_2 = \frac{1}{2} \left(-(u + v) + j\sqrt{3}(u - v) \right) \quad (446)$$

und

$$y_3 = \frac{1}{2} \left(-(u + v) - j\sqrt{3}(u - v) \right) \quad (447)$$

Ist die Diskriminante D hingegen negativ (damit muss p negativ sein, vgl. Gl. (438)), ergibt sich für

$$z_1 = -q + j\sqrt{-q^2 - p^3} = -q + j\sqrt{-D} \quad (448)$$

und für

$$z_2 = -q - j\sqrt{-q^2 - p^3} = -q - j\sqrt{-D} \quad (449)$$

Damit sind z_1 und z_2 konjugiert komplex. Um jetzt u und v berechnen zu können, werden z_1 und z_2 in Polarkoordinaten umgerechnet.

$$|z_1| = |z_2| = \sqrt{\operatorname{Re}^2(z_1) + \operatorname{Im}^2(z_1)} = \sqrt{-p^3} \quad (450)$$

Für den Winkel φ von z_1 gilt

$$\cos \varphi = \frac{\operatorname{Re}(z_1)}{|z_1|} = \frac{-q}{\sqrt{-p^3}} \quad (451)$$

Mit Hilfe der Formel von Moivre kann jetzt die dritte Wurzel aus z_1 gezogen werden, indem die dritte Wurzel aus dem Betrag von z_1 berechnet und der Winkel φ durch drei geteilt wird. Somit erhält man

$$u = \sqrt[3]{-p} \left(\cos\left(\frac{\varphi}{3}\right) + j \sin\left(\frac{\varphi}{3}\right) \right) \quad (452)$$

und

$$v = \sqrt[3]{-p} \left(\cos\left(\frac{\varphi}{3}\right) - j \sin\left(\frac{\varphi}{3}\right) \right) \quad (453)$$

Damit sind auch u und v konjugiert komplex, dadurch wird y_1 reell

$$y_1 = u + v = \sqrt[3]{-p} \left(2 \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right) \right) \quad (454)$$

Aus Gl. (446) und Gl. (447) errechnen sich

$$y_2 = -2\sqrt[3]{-p} \cos\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) \quad (455)$$

sowie

$$y_3 = -2\sqrt{-p} \cos\left(\frac{\varphi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) \quad (456)$$

die beide ebenfalls reelle Lösungen sind. Somit erhält man für $D < 0$ drei reelle und für $D > 0$ eine reelle und zwei konjugiert komplexe Lösungen. Für $D = 0$ und gleichzeitig $q^2 = -p^3 \neq 0$ ergeben sich zwei reelle Lösungen, wobei eine davon eine doppelte Nullstelle darstellt. Für $p = q = 0$ sind alle Lösungen y_1 , y_2 und y_3 gleich Null.

Durch Rücksubstitution nach Gl. (425) erhält man die drei Lösungen der kubischen Gleichung aus Gl. (424).

6.2 Lösung einer Gleichung vierten Grades

Gegeben ist die Gleichung 4. Grades, die nach Ferrari [Fer] gelöst werden kann:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (457)$$

Durch eine Substitution mit

$$y = x + \frac{1}{4}a \quad (458)$$

unter Berücksichtigung von

$$p = -\frac{3}{8}a^2 + b \quad (459)$$

$$q = \frac{1}{8}a^3 - \frac{ab}{2} + c \quad (460)$$

und

$$r = -\frac{3a^4}{256} + \frac{a^2b}{16} - \frac{ac}{4} + d \quad (461)$$

erhält man die Gleichung

$$y^4 + py^2 + qy + r = 0 \quad (462)$$

Ist $q = 0$, handelt es sich um eine biquadratische Gleichung, die durch eine Substitution $z = y^2$ in die quadratische Gleichung

$$z^2 + pz + r = 0 \quad (463)$$

überführt werden kann. Aus den beiden Lösungen $z_{1/2}$ ergeben sich

$$y_{1/2} = \pm \sqrt{z_1} \quad (464)$$

und

$$y_{3/4} = \pm \sqrt{z_2} \quad (465)$$

und durch Rücksubstitution

$$x = y - \frac{1}{4}a \quad (466)$$

die Lösungen der Ausgangsgleichung.

Liegt keine biquadratische Gleichung vor, wird Gl. (462) umgestellt

$$y^4 + py^2 = -qy - r \quad (467)$$

und anschließend erweitert in der Art, dass auf der linken Seite ein vollständiges Quadrat entsteht

$$y^4 + 2py^2 + p^2 = py^2 - qy - r + p^2 \quad (468)$$

Um nun diese Gleichung zu lösen, muss auch die rechte Seite ein vollständiges Quadrat ergeben. Dazu wird Gl. (468) mit Hilfe einer Hilfsvariablen z erweitert, dass

$$(y^2 + p + z)^2 = py^2 - qy - r + p^2 + 2z(y^2 + p) + z^2 \quad (469)$$

entsteht. Die rechte Seite dieser Gleichung ist genau dann ein vollständiges Quadrat, wenn ihre Diskriminante verschwindet, die

$$(-q)^2 - 4(p + 2z)(p^2 - r + 2pz + z^2) = 0 \quad (470)$$

lautet und eine kubische Gleichung ist:

$$8z^3 + 20pz^2 + (16p^2 - 8r)z + (4p^3 - 4pr - q^2) = 0 \quad (471)$$

Um diese kubische Gleichung zu lösen, wird die gesamte Gleichung durch 8 geteilt und anschließend

$$z = w + \frac{5}{6}p \quad (472)$$

eingesetzt, was schließlich

$$w^3 + 3sw + 2t = 0 \quad (473)$$

mit

$$s = -\frac{1}{36}p^2 - \frac{1}{3}r \quad (474)$$

und

$$t = -\frac{1}{216}p^3 + \frac{1}{6}pr - \frac{1}{16}q^2 \quad (475)$$

ergibt. Mit der Diskriminante

$$D = s^2 + t^3 \quad (476)$$

und den weiteren Abkürzungen

$$u = \sqrt[3]{-t + \sqrt{D}} \quad (477)$$

und

$$v = \sqrt[3]{-t - \sqrt{D}} \quad (478)$$

sowie

$$f_1 = \frac{1}{2}(-1 + j\sqrt{3}) \quad (479)$$

und

$$f_2 = \frac{1}{2}(-1 - j\sqrt{3}) \quad (480)$$

können die drei Lösungen

$$w_1 = u + v \quad (481)$$

$$w_2 = f_1 u + f_2 v \quad (482)$$

und

$$w_3 = f_2 u + f_1 v \quad (483)$$

angegeben werden. Durch Rücksubstitution mit

$$w = z - \frac{5}{6}p \quad (484)$$

gemäß Gl. (471) erhält man die drei Lösungen z_1 , z_2 und z_3 . Damit wird Gl. (469) zu

$$(y^2 + p + z)^2 = (2z + p) \left(y - \frac{q}{2(2z + p)} \right)^2 \quad (485)$$

Daraus kann die Wurzel gezogen

$$(y^2 + p + z) = \pm \sqrt{2z + p} \left(y - \frac{q}{2(2z + p)} \right) \quad (486)$$

und anschließend nach y aufgelöst werden, was mit der Rücksubstitution

$$x = y - \frac{1}{4}a$$

gemäß Gl. (458) zu den vier Lösungen

$$x_1 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{2z+p} + \sqrt{-2z-3p - \frac{2q}{\sqrt{2z+p}}} \right) - \frac{1}{4}a \quad (487)$$

$$x_2 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{2z+p} - \sqrt{-2z-3p - \frac{2q}{\sqrt{2z+p}}} \right) - \frac{1}{4}a \quad (488)$$

$$x_3 = \frac{1}{2} \left(-\sqrt{2z+p} + \sqrt{-2z-3p + \frac{2q}{\sqrt{2z+p}}} \right) - \frac{1}{4}a \quad (489)$$

$$x_4 = \frac{1}{2} \left(-\sqrt{2z+p} - \sqrt{-2z-3p + \frac{2q}{\sqrt{2z+p}}} \right) - \frac{1}{4}a \quad (490)$$

führt. Dabei kann jede der Lösungen z_1 , z_2 oder z_3 eingesetzt werden, es ergeben sich immer dieselben 4 Lösungen für x .

7 **Literaturverzeichnis**

- [Bin98] Binder, A.; Greubel, K.; Piepenbreier, B.; Tölle, H.-J.: Permanent-Magnet Synchronous Drive with Wide Field-Weakening Range. - In: ETEP Vol. 8, No 3, May/June 1998, S. 157-166
- [Blü95] Blümel, R.: Rechnergestützter Entwurf energiesparender Pulsmuster für spannungseinprägende Pulswechselrichter in Drehstrombrückenschaltung. Diss. Universität der Bundeswehr München, Lehrstuhl für Leistungselektronik, 1995
- [Bro95] Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A.; Musiol, G.; Mühlig, H.: Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, 1995
- [Car] <http://www.mathematik.ch/anwendungenmath/Cardano/FormelCardano.php>
- [Fer] <http://www.mathe.tu-freiberg.de/~hebisch/cafe/viertergrad.pdf>
- [Fri91] Friedrich, J.: Bauformen und Betriebsverhalten Modularer Dauermagnetmaschinen, Dissertation, Universität der Bundeswehr München, Institut für Elektrische Antriebstechnik, 1991
- [Gre00] Greif, A.: Untersuchungen an Geschalteten Reluktanzantrieben für Elektrofahrzeuge, Dissertation, Universität der Bundeswehr München, Institut für Elektrische Antriebstechnik, 2000
- [Hen91] Hendershot Jr., J.R.: Design of Brushless Permanent-Magnet Motors, Magna Physics Corporation, Hillsboro, Ohio, 1991
- [Kol87] Kolletschke, H.: Die Modulare Dauermagnetmaschine -Aufbau und Eigenschaften-, Dissertation, Universität der Bundeswehr München, Institut für Elektrische Antriebstechnik, 1987
- [Kra00] Kraßer, B.: Bauformen und Betriebsverhalten Modularer Dauermagnetmaschinen, Dissertation, Technische Universität München, Lehrstuhl für Elektrische Maschinen und Geräte, 2000
- [Lov00] Lovelace, E.C.F.: Optimization of a Magnetically Saturable Interior Permanent-Magnet Synchronous Machine Drive, Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 2000

-
- [Mey90] Meyer, M.: Leistungselektronik. Springer-Verlag, 1990
- [Pap90] Papageorgiou, M.: Optimierung, Hüthig Verlag Heidelberg, 1990
- [Rat01] Rattei, F.: Modulare Dauermagnetmaschine mit optimierter Feldführung, Dissertation, Technische Universität München, Lehrstuhl für Elektrische Maschinen und Geräte, 2001
- [Sim98] Simplorer 4: Reference Manual, Simec GmbH & Co KG, Chemnitz, 1998
- [Soo93] Soong, W. L.: Design and Modelling of Axially-Laminated Interior Permanent Magnet Motor Drives for Field-Weakening Applications, Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 1993
- [Spe02] SPEED: Users's Manual for PC-BDC, University of Glasgow, Department of Electronics and Electrical Engineering, 2002

8 Formelzeichen und Abkürzungen

A	Index für den Auslegungspunkt, Übergang in den Feldstellbereich
ASB	Ankerstellbereich
B	Index für den Betriebspunkt maximaler Leistung
C	Ausnutzungsziffer; Index für den Betriebspunkt gleicher Leistung wie in Punkt A
D	Index für den Betriebspunkt maximaler Drehzahl
DC	Gleichspannung
E	Index für Betriebspunkt $I_d=1$
F	Feldstellbereichsfaktor
FSB	Feldstellbereich
G	Index für Punkt: Schnittpunkt der Kennlinien Drehmoment für maximalen Strom sowie für Drehmoment bei $I_d=1$
H	Index für Punkt: Längsstrom I_d wird kleiner 1 für Kennlinie Drehmoment bei maximaler Leistung
$i_{a,b,c}$	Strom im Strang a,b,c
i_d	Längskomponente des Stromes
i_{dw}	Sollwert des Längsstromes
i_k	Kurzschlußstrom, Bezugswert des Stromes
i_q	Querkomponente des Stromes
i_{qw}	Sollwert des Querstromes
I	Grenzstrom, bezogen auf i_k
I_d	Längskomponente des Stromes, bezogen auf i_k
I_q	Querkomponente des Stromes, bezogen auf i_k
$i_{q,max}$	Maximalwert des Querstroms
L	Induktivität, Index für Limit
L_d	Längsinduktivität
L_q	Querinduktivität
m	Strangzahl
M	Drehmoment
M_H	Hauptmoment
M_{H0}	Hauptmoment bei $i_q=i$ und $i_d=0$
M_k	Kurzschlussdrehmoment, Bezugswert des Drehmomentes
M_R	Reluktanzmoment
M_{soll}	Solldrehmoment
MDM	Modulare Dauermagnetmaschine
n	Drehzahl, Anzahl der Spulen pro Zone
n_{soll}	Sollwert der Drehzahl
p	Polpaarzahl des Rotors
p_s	Polpaarzahl des Stators

P	Leistung
P_k	Kurzschlussleistung, Bezugswert der Leistung
PM-Maschine	Permanentmagneterregte Synchronmaschine
PWR	Pulswechselrichter
Q	Blindleistung; Verhältnis L_q/L_d
s	Sehnung, Nutteilung
T_0	Einschaltdauer des Nullraumzeigers
T_L	Einschaltdauer des linken Raumzeigers
T_{N0}	Einschaltdauer des unteren Schalters, Neutralleiter
T_{N1}	Einschaltdauer des oberen Schalters, Neutralleiter
T_R	Einschaltdauer des rechten Raumzeigers
T_t	Taktperiode
u	Grenzspannung, Bezugswert der Spannung
u_d	Längskomponente der Spannung
u_p	Polradspannung
u_q	Querkomponente der Spannung
u_{ref}	Referenzspannung des Resolvers
U_{Batt}	Batteriespannung
U_d	Längskomponente der Spannung, bezogen auf u
U_{DC}	Zwischenkreisspannung
U_q	Querkomponente der Spannung, bezogen auf u
z_0	relative Einschaltdauer des Nullraumzeigers
z_L	relative Einschaltdauer des linken Raumzeigers
z_{N0}	relative Einschaltdauer des unteren Schalters, Neutralleiter
z_{N1}	relative Einschaltdauer des oberen Schalters, Neutralleiter
z_R	relative Einschaltdauer des rechten Raumzeigers
Z	Zähnezahl des Stators
γ	Polradlagewinkel
ε	Phasenverschiebung der Grundschiwingung zweier aufeinander folgender Stränge
ε_r	räumlicher Schrittwinkel
φ	Phasenwinkel
φ_i	Stromwinkel
φ_u	Spannungswinkel
ξ	Wicklungsfaktor
ξ_s	Sehnungsfaktor
ξ_Z	Zonenfaktor
τ	Polteilung
ψ_p	Polradfluss (Grundwelle)
ν	Ordnungszahl einer Teilwelle
ω	elektrische Kreisfrequenz

ω_0	Kreisfrequenz bei Leerlaufdrehzahl
ω_m	mechanische Winkelgeschwindigkeit
ω_{ref}	Kreisfrequenz der Referenzspannung beim Resolver

Lebenslauf

Hofmann Harald

- 3.7.1968 geb. in Arnstorf/Rottal-Inn
- 1974-1978 Grundschule Landau
- 1978-1987 Gymnasium Landau
Abschluss: Allgemeine Hochschulreife
- 1987-1990 Ausbildung zum Energieelektroniker
bei der BMW AG in Dingolfing
Abschluss: Facharbeiterbrief
- 1990-1996 Studium der Elektrotechnik an der
Technischen Universität München
mit Fachrichtung Automatisierungstechnik
Abschluss: Diplom-Ingenieur
- 1996-2005 Doktorand und Wissenschaftlicher Mitarbeiter am
Institut für Elektrische Antriebstechnik
der Universität der Bundeswehr in München